M 1204 : Mise à niveau en numération et calculs

E. Godelle

Univ. Caen, IUT Caen, Dépt. R& T

2014 - 2015

Chapitres du module :

1. Représentation d'un nombre
2. Nombres complexes
3. Polynômes
4. Fractions rationnelles

Évaluation du module :

- contrôles en TD/CM (1 note globale sur 20 : C)
- 1 examen d'une heure en fin de module (1 note sur 20 : T).
- note finale : (C+2T)/3

Question : Qu'est-ce qu'un nombre naturel ?

Réponse : la quantité d'objets contenus dans un ensemble fini.

Ceci n'est pas, a priori, une réponse satisfaisante (car il faut définir ce qu'est un ensemble fini/infini) et renvoie à la théorie des ensembles (voir paradoxe de Russel), mais on s'en contentera.

Question : Qu'est-ce qu'un nombre naturel ?

Réponse : la quantité d'objets contenus dans un ensemble fini.

Ceci n'est pas, a priori, une réponse satisfaisante (car il faut définir ce qu'est un ensemble fini/infini) et renvoie à la théorie des ensembles (voir paradoxe de Russel), mais on s'en contentera.

Question : Qu'est-ce qu'un nombre naturel ?

Réponse : la quantité d'objets contenus dans un ensemble fini.

Ceci n'est pas, a priori, une réponse satisfaisante (car il faut définir ce qu'est un ensemble fini/infini) et renvoie à la théorie des ensembles (voir paradoxe de Russel), mais on s'en contentera.

Représentation d'un nombre

Exemples de nombres déjà rencontrés au lycée

1. Les entiers naturels ($\mathbb{N}$) : 0, 1, 2, 5, 10, 12, 37...
2. Les nombres entiers relatifs ($\mathbb{Z}$) : 0, -1, 2, 5, -10, -12, 37 ...
3. Les nombres décimaux ($\mathbb{D}$) : 0, -5, $3{,}12$, $7/5$, $34/100$...
4. Les nombres rationnels ($\mathbb{Q}$) : -2, 5, $2/3$, $7/5$, $-3/2$ ...
5. Les nombres réels ($\mathbb{R}$) : -2, 5, $2/3$, $-3/2$, $\sqrt{2}$...
6. Les nombres complexes ($\mathbb{C}$) : 5, -7, $-3/2$, $\sqrt{2}$, i (on a $i^2 = -1$), $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$.

Représentation d'un nombre

Exemples de nombres déjà rencontrés au lycée

1. Les entiers naturels ($\mathbb{N}$) : 0, 1, 2, 5, 10, 12, 37...
2. Les nombres entiers relatifs ($\mathbb{Z}$) : 0, -1, 2, 5, -10, -12, 37 ...
3. Les nombres décimaux ($\mathbb{D}$) : 0, -5, $3{,}12$, $7/5$, $34/100$...
4. Les nombres rationnels ($\mathbb{Q}$) : -2, 5, $2/3$, $7/5$, $-3/2$ ...
5. Les nombres réels ($\mathbb{R}$) : -2, 5, $2/3$, $-3/2$, $\sqrt{2}$...
6. Les nombres complexes ($\mathbb{C}$) : 5, -7, $-3/2$, $\sqrt{2}$, i (on a $i^2 = -1$), $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$.

Représentation d'un nombre

Exemples de nombres déjà rencontrés au lycée

1. Les entiers naturels ($\mathbb{N}$) : 0, 1, 2, 5, 10, 12, 37...
2. Les nombres entiers relatifs ($\mathbb{Z}$) : 0, -1, 2, 5, -10, -12, 37 ...
3. Les nombres décimaux ($\mathbb{D}$) : 0, -5, $3,12$, $7/5$, $34/100$...
4. Les nombres rationnels ($\mathbb{Q}$) : -2, 5, $2/3$, $7/5$, $-3/2$ ...
5. Les nombres réels ($\mathbb{R}$) : -2, 5, $2/3$, $-3/2$, $\sqrt{2}$...
6. Les nombres complexes ($\mathbb{C}$) : 5, -7, $-3/2$, $\sqrt{2}$, i (on a $i^2 = -1$), $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$.

Représentation d'un nombre

Exemples de nombres déjà rencontrés au lycée

1. Les entiers naturels ($\mathbb{N}$) : 0, 1, 2, 5, 10, 12, 37...
2. Les nombres entiers relatifs ($\mathbb{Z}$) : 0, -1, 2, 5, -10, -12, 37 ...
3. Les nombres décimaux ($\mathbb{D}$) : 0, -5, $3,12$, $7/5$, $34/100$...
4. Les nombres rationnels ($\mathbb{Q}$) : -2, 5, $2/3$, $7/5$, $-3/2$ ...
5. Les nombres réels ($\mathbb{R}$) : -2, 5, $2/3$, $-3/2$, $\sqrt{2}$...
6. Les nombres complexes ($\mathbb{C}$) : 5, -7, $-3/2$, $\sqrt{2}$, i (on a $i^2 = -1$), $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$.

Représentation d'un nombre

Exemples de nombres déjà rencontrés au lycée

1. Les entiers naturels ($\mathbb{N}$) : 0, 1, 2, 5, 10, 12, 37...
2. Les nombres entiers relatifs ($\mathbb{Z}$) : 0, -1, 2, 5, -10, -12, 37 ...
3. Les nombres décimaux ($\mathbb{D}$) : 0, -5, $3,12$, $7/5$, $34/100$...
4. Les nombres rationnels ($\mathbb{Q}$) : -2, 5, $2/3$, $7/5$, $-3/2$ ...
5. Les nombres réels ($\mathbb{R}$) : -2, 5, $2/3$, $-3/2$, $\sqrt{2}$...
6. Les nombres complexes ($\mathbb{C}$) : 5, -7, $-3/2$, $\sqrt{2}$, i (on a $i^2 = -1$), $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$.

Représentation d'un nombre

Exemples de nombres déjà rencontrés au lycée

1. Les entiers naturels ($\mathbb{N}$) : 0, 1, 2, 5, 10, 12, 37...
2. Les nombres entiers relatifs ($\mathbb{Z}$) : 0, -1, 2, 5, -10, -12, 37 ...
3. Les nombres décimaux ($\mathbb{D}$) : 0, -5, $3,12$, $7/5$, $34/100$...
4. Les nombres rationnels ($\mathbb{Q}$) : -2, 5, $2/3$, $7/5$, $-3/2$ ...
5. Les nombres réels ($\mathbb{R}$) : -2, 5, $2/3$, $-3/2$, $\sqrt{2}$...
6. Les nombres complexes ($\mathbb{C}$) : 5, -7, $-3/2$, $\sqrt{2}$, i (on a $i^2 = -1$), $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$.

Représentation d'un nombre

Comment représenter un nombre ?

• On peut les représenter avec des mots : zéro, un, deux, trois-millions-deux-cent-trente-mille-cinq-cent-trente-quatre.

• on peut utiliser la méthode des romains : juxtaposition de symbôles : CCCLXXIII (373).

Problème : on ne peut pas écrire de façon lisible tous les nombres avec une nombre fini de symbôles et ces écritures ne permettent de manipuler facilement les nombres (additionner, multiplier).

Solution : écriture à l'aide d'une base (exemple : le système classique, la base 10).

Représentation d'un nombre

Comment représenter un nombre ?

● On peut les représenter avec des mots : zéro, un, deux, trois-millions-deux-cent-trente-mille-cinq-cent-trente-quatre.

● on peut utiliser la méthode des romains : juxtaposition de symbôles : CCCLXXIII (373).

Problème : on ne peut pas écrire de façon lisible tous les nombres avec une nombre fini de symbôles et ces écritures ne permettent de manipuler facilement les nombres (additionner, multiplier).

Solution : écriture à l'aide d'une base (exemple : le système classique, la base 10).

Représentation d'un nombre

Comment représenter un nombre ?

• On peut les représenter avec des mots : zéro, un, deux, trois-millions-deux-cent-trente-mille-cinq-cent-trente-quatre.

• on peut utiliser la méthode des romains : juxtaposition de symbôles : CCCLXXIII (373).

Problème : on ne peut pas écrire de façon lisible tous les nombres avec une nombre fini de symbôles et ces écritures ne permettent de manipuler facilement les nombres (additionner, multiplier).

Solution : écriture à l'aide d'une base (exemple : le système classique, la base 10).

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

Comment faire pour compter le nombre d'éléments d'un ensemble lorsque l'on ne sait compter que jusqu'à un nombre a donné (par exemple $a = 10$) ?

Réponse : on regroupe en paquets de a éléments

Comment faire pour si il y a plus de a paquets ?

Réponse : on regroupe en paquet de a paquets et on continue...

Le nombre a s'appelle la base

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

Comment faire pour compter le nombre d'éléments d'un ensemble lorsque l'on ne sait compter que jusqu'à un nombre a donné (par exemple $a = 10$) ?

Réponse : on regroupe en paquets de a éléments

Comment faire pour si il y a plus de a paquets ?

Réponse : on regroupe en paquet de a paquets et on continue...

Le nombre a s'appelle la base

Comment faire pour compter le nombre d'éléments d'un ensemble lorsque l'on ne sait compter que jusqu'à un nombre *a* donné (par exemple $a = 10$) ?

Réponse : on regroupe en paquets de *a* éléments

Comment faire pour si il y a plus de a paquets ?

Réponse : on regroupe en paquet de *a* paquets et on continue...

Le nombre *a* s'appelle la base

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

Comment faire pour compter le nombre d'éléments d'un ensemble lorsque l'on ne sait compter que jusqu'à un nombre *a* donné (par exemple $a = 10$) ?

Réponse : on regroupe en paquets de *a* éléments

Comment faire pour si il y a plus de a paquets ?

Réponse : on regroupe en paquet de *a* paquets et on continue...

Le nombre *a* s'appelle la base

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

Comment faire pour compter le nombre d'éléments d'un ensemble lorsque l'on ne sait compter que jusqu'à un nombre a donné (par exemple $a = 10$) ?

Réponse : on regroupe en paquets de a éléments

Comment faire pour si il y a plus de a paquets ?

Réponse : on regroupe en paquet de a paquets et on continue...

Le nombre a s'appelle la base

Représentation d’un nombre

Le principe de la base

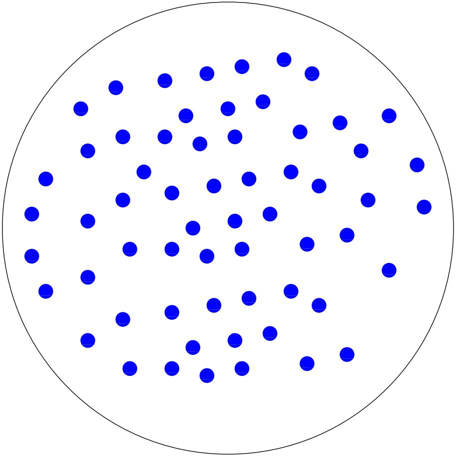


FIGURE : Combien d’éléments si on sait compter jusqu’à 10 ?

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

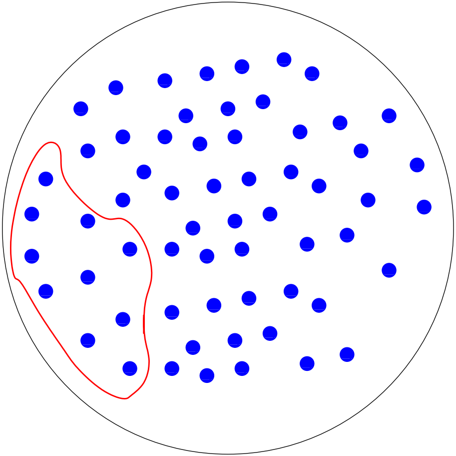


FIGURE : Combien d'éléments si on sait compter jusqu'à 10 ?

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

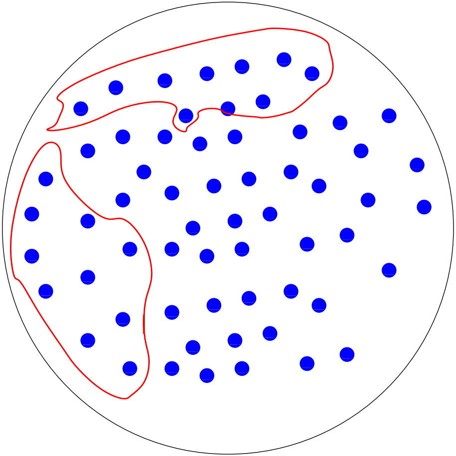


FIGURE : Combien d'éléments si on sait compter jusqu'à 10 ?

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

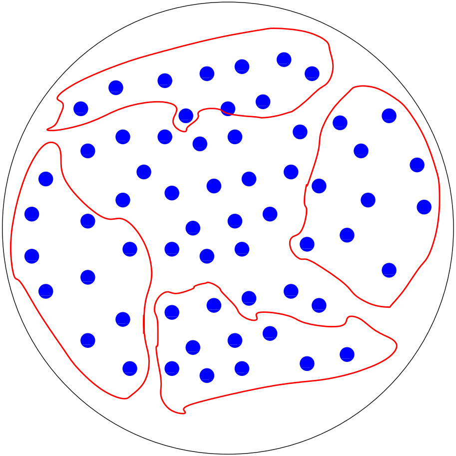


FIGURE : Combien d'éléments si on sait compter jusqu'à 10 ?

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

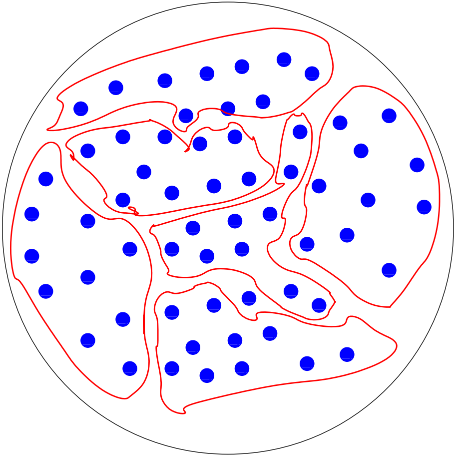


FIGURE : Combien d'éléments si on sait compter jusqu'à 10 : 61

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

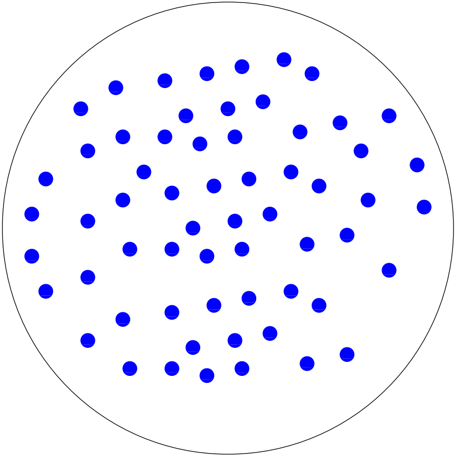


FIGURE : Combien d'éléments si on sait compter jusqu'à 3 ?

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

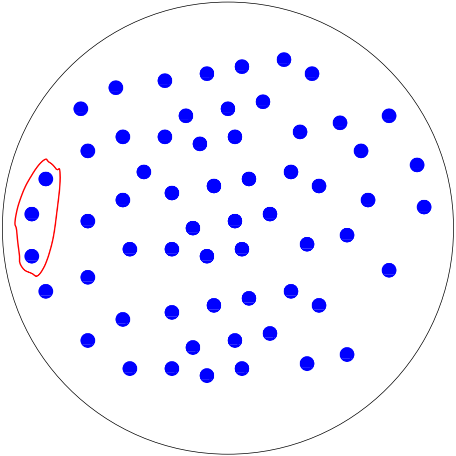


FIGURE : Combien d'éléments si on sait compter jusqu'à 3 ?

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

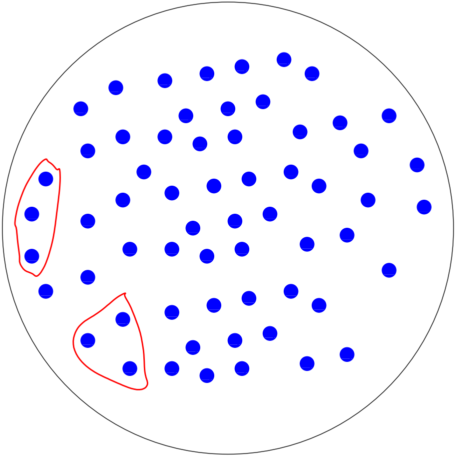


FIGURE : Combien d'éléments si on sait compter jusqu'à 3 ?

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

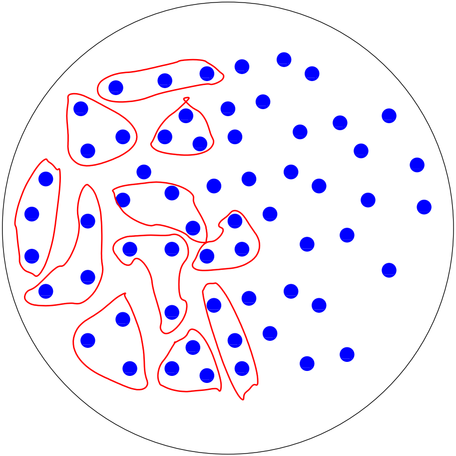


FIGURE : Combien d'éléments si on sait compter jusqu'à 3 ?

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

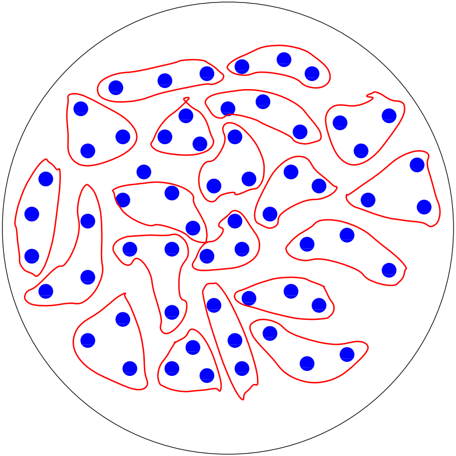


FIGURE : Combien d'éléments si on sait compter jusqu'à 3 ?

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

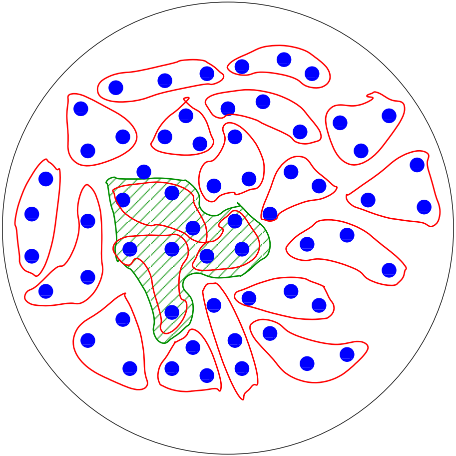


FIGURE : Combien d'éléments si on sait compter jusqu'à 3 ?

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

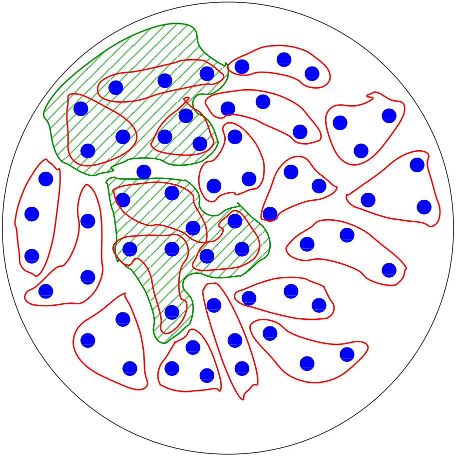


FIGURE : Combien d'éléments si on sait compter jusqu'à 3 ?

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

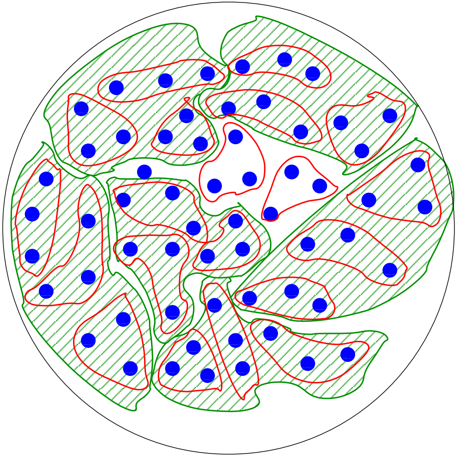


FIGURE : Combien d'éléments si on sait compter jusqu'à 3 ?

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

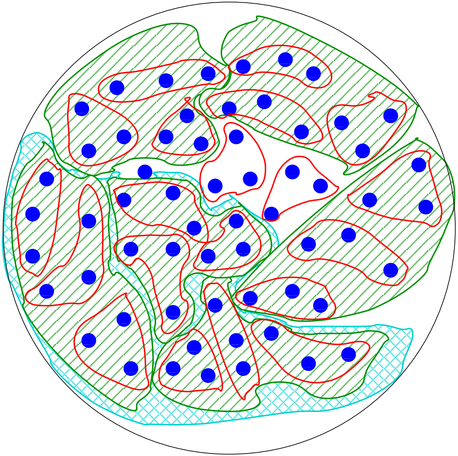


FIGURE : Combien d'éléments si on sait compter jusqu'à 3 ?

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

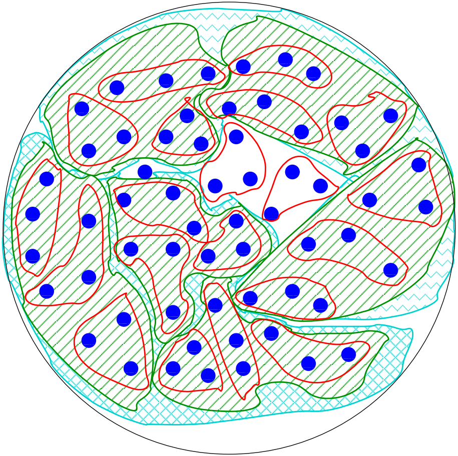


FIGURE : Combien d'éléments si on sait compter jusqu'à 10 : $(2021)_3$

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

Enfin

- On choisi un symbôle (un chiffre) pour chaque nombre entre 0 et $a-1$.
- On compte le nombre de paquets de chaque taille (qui est donc strictement inférieur à la base a).
- On représente le nombre en écrivant la liste des nombre de chaque taille de paquets de gauche à droite en commençant par le plus grand (si pour une taille de paquets, il n'y a pas de paquets, on met le chiffre zéro).
- Si on veut rappeler la base, on met des parenthèses et on indique la base a en indice : $(b_3 b_2 b_1 b_0)_a$.
- Si $x = (b_n b_{n-1} \cdots b_0)_a$, alors on a $x = b_n \times a^n + b_{n-1} \times a^{n-1} + \cdots b_1 \times a + b_0$

Exemple

$a = 10$; les chiffres sont $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. On a

$$2456 = 2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 5 \times 10 + 6$$

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

Enfin

• On choisi un symbôle (un chiffre) pour chaque nombre entre 0 et $a-1$.

• On compte le nombre de paquets de chaque taille (qui est donc strictement inférieur à la base a).

• On représente le nombre en écrivant la liste des nombre de chaque taille de paquets de gauche à droite en commençant par le plus grand (si pour une taille de paquets, il n'y a pas de paquets, on met le chiffre zéro).

• Si on veut rappeler la base, on met des parenthèses et on indique la base a en indice : $(b_3b_2b_1b_0)_a$.

• Si $x=(b_nb_{n-1}\cdots b_0)_a$, alors on a $x=b_n\times a^n+b_{n-1}\times a^{n-1}+\cdots b_1\times a+b_0$

Exemple

$a=10$ *; les chiffres sont* $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$. *On a*

$$2456=2\times 10^3+4\times 10^2+5\times 10+6$$

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

Enfin

- On choisi un symbôle (un chiffre) pour chaque nombre entre 0 et $a-1$.
- On compte le nombre de paquets de chaque taille (qui est donc strictement inférieur à la base a).
- On représente le nombre en écrivant la liste des nombre de chaque taille de paquets de gauche à droite en commençant par le plus grand (si pour une taille de paquets, il n'y a pas de paquets, on met le chiffre zéro).
- Si on veut rappeler la base, on met des parenthèses et on indique la base a en indice : $(b_3b_2b_1b_0)_a$.
- Si $x=(b_nb_{n-1}\cdots b_0)_a$, alors on a $x=b_n\times a^n+b_{n-1}\times a^{n-1}+\cdots b_1\times a+b_0$

Exemple

$a=10$; *les chiffres sont* $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$. *On a*

$$2456=2\times 10^3+4\times 10^2+5\times 10+6$$

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

Enfin

- On choisi un symbôle (un chiffre) pour chaque nombre entre 0 et $a-1$.
- On compte le nombre de paquets de chaque taille (qui est donc strictement inférieur à la base a).
- On représente le nombre en écrivant la liste des nombre de chaque taille de paquets de gauche à droite en commençant par le plus grand (si pour une taille de paquets, il n'y a pas de paquets, on met le chiffre zéro).
- Si on veut rappeler la base, on met des parenthèses et on indique la base a en indice : $(b_3b_2b_1b_0)_a$.
- Si $x = (b_nb_{n-1}\cdots b_0)_a$, alors on a $x = b_n \times a^n + b_{n-1} \times a^{n-1} + \cdots b_1 \times a + b_0$

Exemple

$a = 10$; les chiffres sont $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. On a

$$2456 = 2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 5 \times 10 + 6$$

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

Enfin

• On choisi un symbôle (un chiffre) pour chaque nombre entre 0 et $a-1$.

• On compte le nombre de paquets de chaque taille (qui est donc strictement inférieur à la base a).

• On représente le nombre en écrivant la liste des nombre de chaque taille de paquets de gauche à droite en commençant par le plus grand (si pour une taille de paquets, il n'y a pas de paquets, on met le chiffre zéro).

• Si on veut rappeler la base, on met des parenthèses et on indique la base a en indice : $(b_3b_2b_1b_0)_a$.

• Si $x=(b_nb_{n-1}\cdots b_0)_a$, alors on a $x=b_n\times a^n+b_{n-1}\times a^{n-1}+\cdots b_1\times a+b_0$

Exemple

$a=10$; les chiffres sont $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$. On a

$$2456=2\times 10^3+4\times 10^2+5\times 10+6$$

Enfin

• On choisi un symbôle (un chiffre) pour chaque nombre entre 0 et $a-1$.

• On compte le nombre de paquets de chaque taille (qui est donc strictement inférieur à la base a).

• On représente le nombre en écrivant la liste des nombre de chaque taille de paquets de gauche à droite en commençant par le plus grand (si pour une taille de paquets, il n'y a pas de paquets, on met le chiffre zéro).

• Si on veut rappeler la base, on met des parenthèses et on indique la base a en indice : $(b_3b_2b_1b_0)_a$.

• Si $x = (b_nb_{n-1}\cdots b_0)_a$, alors on a $x = b_n \times a^n + b_{n-1} \times a^{n-1} + \cdots b_1 \times a + b_0$

Exemple

$a = 10$ *; les chiffres sont* $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$*. On a*

$$2456 = 2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 5 \times 10 + 6$$

Représentation d'un nombre

Le principe de la base

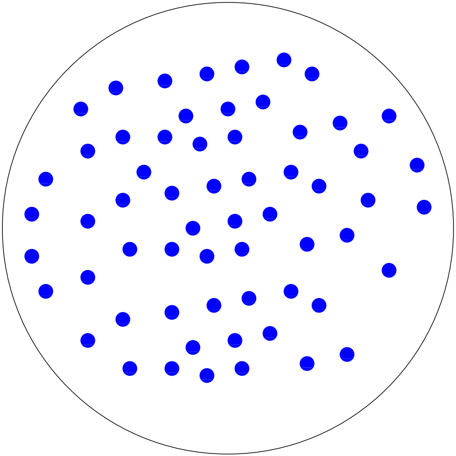


FIGURE : $61 = 6 \times 10 + 1 = 2 \times 3^3 + 0 \times 3^2 + 2 \times 3 + 1 = (2021)_3$

Représentation d'un nombre

Bases, exemples historiques

Exemple

1. *base 10*
2. *base 20 (vicésimale) - utilisée par les Mayas, les aztèques, les basques, les celtes ; reste : quatre-vingt ; hopital des quinze-vingt à Paris*
3. *base 60 - utilisée par les sumériens ; reste : mesures d'angles ;*
4. *base 12 (duodécimal) reste pour les oeufs, les heures, anciennes monnaies (1 sou = 12 deniers), anciennes longueurs (1 pied = 12 pouces) et les mesures anglaises.*

Représentation d'un nombre

Bases, exemples historiques

Exemple

1. *base 10*
2. *base 20 (vicésimale) - utilisée par les Mayas, les aztèques, les basques, les celtes ; reste : quatre-vingt ; hopital des quinze-vingt à Paris*
3. *base 60 - utilisée par les sumériens ; reste : mesures d'angles ;*
4. *base 12 (duodécimal) reste pour les oeufs, les heures, anciennes monnaies (1 sou = 12 deniers), anciennes longueurs (1 pied = 12 pouces) et les mesures anglaises.*

Représentation d'un nombre

Bases, exemples historiques

Exemple

1. *base 10*
2. *base 20 (vicésimale) - utilisée par les Mayas, les aztèques, les basques, les celtes ; reste : quatre-vingt ; hopital des quinze-vingt à Paris*
3. *base 60 - utilisée par les sumériens ; reste : mesures d'angles ;*
4. *base 12 (duodécimal) reste pour les oeufs, les heures, anciennes monnaies (1 sou = 12 deniers), anciennes longueurs (1 pied = 12 pouces) et les mesures anglaises.*

Représentation d'un nombre

Bases, exemples historiques

Exemple

1. *base 10*
2. *base 20 (vicésimale) - utilisée par les Mayas, les aztèques, les basques, les celtes ; reste : quatre-vingt ; hopital des quinze-vingt à Paris*
3. *base 60 - utilisée par les sumériens ; reste : mesures d'angles ;*
4. *base 12 (duodécimal) reste pour les oeufs, les heures, anciennes monnaies (1 sou = 12 deniers), anciennes longueurs (1 pied = 12 pouces) et les mesures anglaises.*

Représentation d'un nombre

La base 2

Definition

La base 2.

Les chiffres sont 0 et 1.

Exemple

$2 = (10)_2$

$3 = (11)_2$

$4 = (100)_2$

$5 = 4 + 1 = (101)_2$

$10 = 8 + 2 = (1010)_2$

$16 = (10000)_2$

$20 = 16 + 4 = (10100)_2$

Représentation d'un nombre

La base 2

Definition

La base 2.

Les chiffres sont 0 et 1.

Exemple

$$2 = (10)_2 \qquad 3 = (11)_2$$
$$4 = (100)_2 \qquad 5 = 4 + 1 = (101)_2$$
$$10 = 8 + 2 = (1010)_2 \qquad 16 = (10000)_2$$
$$20 = 16 + 4 = (10100)_2$$

Représentation d'un nombre

La base 2

Definition

La base 2.

Les chiffres sont 0 et 1.

Exemple

$2 = (10)_2$ $\quad$ $3 = (11)_2$

$4 = (100)_2$ $\quad$ $5 = 4 + 1 = (101)_2$

$10 = 8 + 2 = (1010)_2$ $\quad$ $16 = (10000)_2$

$20 = 16 + 4 = (10100)_2$

Definition

La base 2.

Les chiffres sont 0 et 1.

Exemple

$$2 = (10)_2 \qquad 3 = (11)_2$$
$$4 = (100)_2 \qquad 5 = 4 + 1 = (101)_2$$
$$10 = 8 + 2 = (1010)_2 \qquad 16 = (10000)_2$$
$$20 = 16 + 4 = (10100)_2$$

Représentation d'un nombre

La base 2

Definition

La base 2.

Les chiffres sont 0 et 1.

Exemple

$$2 = (10)_2 \qquad 3 = (11)_2$$
$$4 = (100)_2 \qquad 5 = 4 + 1 = (101)_2$$
$$10 = 8 + 2 = (1010)_2 \qquad 16 = (10000)_2$$
$$20 = 16 + 4 = (10100)_2$$

Représentation d'un nombre

La base 2

Definition

La base 2.

Les chiffres sont 0 et 1.

Exemple

$$2 = (10)_2 \qquad 3 = (11)_2$$
$$4 = (100)_2 \qquad 5 = 4 + 1 = (101)_2$$
$$10 = 8 + 2 = (1010)_2 \qquad 16 = (10000)_2$$
$$20 = 16 + 4 = (10100)_2$$

Représentation d'un nombre

La base 2

Definition

La base 2.

Les chiffres sont 0 et 1.

Exemple

$$2 = (10)_2 \qquad 3 = (11)_2$$
$$4 = (100)_2 \qquad 5 = 4 + 1 = (101)_2$$
$$10 = 8 + 2 = (1010)_2 \qquad 16 = (10000)_2$$
$$20 = 16 + 4 = (10100)_2$$

Definition

La base 2.

Les chiffres sont 0 et 1.

Exemple

$$
\begin{array}{ll}
2 = (10)_2 & 3 = (11)_2 \\
4 = (100)_2 & 5 = 4 + 1 = (101)_2 \\
10 = 8 + 2 = (1010)_2 & 16 = (10000)_2 \\
20 = 16 + 4 = (10100)_2 &
\end{array}
$$

Représentation d'un nombre

La base 2

Definition

La base 2.

Les chiffres sont 0 et 1.

Exemple

$$2 = (10)_2 \qquad 3 = (11)_2$$
$$4 = (100)_2 \qquad 5 = 4+1 = (101)_2$$
$$10 = 8+2 = (1010)_2 \qquad 16 = (10000)_2$$
$$20 = 16+4 = (10100)_2$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 2

Table d'addition :

$+$	0	1
0	0	1
1	1	10

Exemple

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 2

Table d'addition :

$+$	0	1
0	0	1
1	1	10

Exemple

$$\begin{array}{rccccc} & & 1 & 1 & 1 & 1 \\ + & & & 1 & 1 & 0 \\ \hline & . & . & . & . & . \end{array}$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 2

Table d'addition :

$+$	0	1
0	0	1
1	1	10

Exemple

$$
\begin{array}{ccccc}
 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & & 1 & 1 & 0 \\
\hline
 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \; 1
\end{array}
$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 2

Table d'addition :

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Exemple

$$\begin{array}{cccccc} & & & 1 & & \\ & & 1 & 1 & 1 & 1 \\ + & & & 1 & 1 & 0 \\ \hline & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 \end{array}$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 2

Table d'addition :

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Exemple

$$
\begin{array}{rccccc}
 & & 1 & & & \\
 & & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & & & 1 & 1 & 0 \\
\hline
 & \cdot & \cdot & 1 & 0 & 1
\end{array}
$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 2

Table d'addition :

$+$	0	1
0	0	1
1	1	10

Exemple

$$\begin{array}{cccccc} & & 1 & 1 & 1 & 1 \\ + & & & 1 & 1 & 0 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

$$(1111)_2 + (110)_2 = (10101)_2 \; ; \; (15 + 6 = 21)$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 2

Table de multiplication :

$\times$	0	1
0	0	0
1	0	1

Exemple

Table de multiplication :

$\times$	0	1
0	0	0
1	0	1

Exemple

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \times & & 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 2

Table de multiplication :

$\times$	0	1
0	0	0
1	0	1

Exemple

$$
\begin{array}{rcccccc}
 & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\
\times & & & & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 & & & . & . & . & . \\
 & . & . & . & . & . & . \\
\hline
 & . & . & . & . & . & .
\end{array}
$$

Table de multiplication :

$\times$	0	1
0	0	0
1	0	1

Exemple

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\
\times & & & & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 & & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot \\
 & . & . & . & . & . & . \\
\hline
 & . & . & . & . & . & .
\end{array}
$$

Table de multiplication :

$\times$	0	1
0	0	0
1	0	1

Exemple

$$
\begin{array}{rrrrrrr}
 & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\
\times & & & & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 & & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot \\
 & 1 & 1 & 0 & 1 & \cdot & \cdot \\
\hline
 & . & . & . & . & . & .
\end{array}
$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 2

Table de multiplication :

$\times$	0	1
0	0	0
1	0	1

Exemple

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\
\times & & & & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 & & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot \\
 & 1 & 1 & 0 & 1 & \cdot & \cdot \\
\hline
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}
$$

$$(1101)_2 x (101)_2 = (1000001)_2 \ ; \ (13 \times 5 = 65)$$

Représentation d'un nombre

La base 16

Definition

La base 16.

Les chiffres sont $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F$.

On a $A_{16} = 10$; $B_{16} = 11$; $C_{16} = 12$; $D_{16} = 13$; $E_{16} = 14$; $F_{16} = 15$.

Exemple

$20 = 16 + 4 = (14)_{16}$ $\quad$ $28 = 16 + 12(1C)_{16}$

$37 = 2 \times 16 + 5(25)_2$ $\quad$ $45 = 2 \times 16 + 13 = (2D)_{16}$

$100 = 6 \times 16 + 4 = (64)_{16}$ $\quad$ $200 = 12 \times 16 + 8 = (C8)_{16}$

$300 = 16^2 + 2 \times 16 + 12 = (12C)_{16}$ $\quad$ $1000 = 3 \times 16^2 + 14 \times 16 + 8 = (3E8)_{16}$

Représentation d'un nombre

La base 16

Definition

La base 16.

Les chiffres sont $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F$.

On a $A_{16} = 10$; $B_{16} = 11$; $C_{16} = 12$; $D_{16} = 13$; $E_{16} = 14$; $F_{16} = 15$.

Exemple

$20 = 16 + 4 = (14)_{16}$

$28 = 16 + 12(1C)_{16}$

$37 = 2 \times 16 + 5(25)_2$

$45 = 2 \times 16 + 13 = (2D)_{16}$

$100 = 6 \times 16 + 4 = (64)_{16}$

$200 = 12 \times 16 + 8 = (C8)_{16}$

$300 = 16^2 + 2 \times 16 + 12 = (12C)_{16}$

$1000 = 3 \times 16^2 + 14 \times 16 + 8 = (3E8)_{16}$

Représentation d'un nombre

La base 16

Definition

La base 16.

Les chiffres sont $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F$.

On a $A_{16} = 10$; $B_{16} = 11$; $C_{16} = 12$; $D_{16} = 13$; $E_{16} = 14$; $F_{16} = 15$.

Exemple

$20 = 16 + 4 = (14)_{16}$ $\quad$ $28 = 16 + 12(1C)_{16}$

$37 = 2 \times 16 + 5(25)_2$ $\quad$ $45 = 2 \times 16 + 13 = (2D)_{16}$

$100 = 6 \times 16 + 4 = (64)_{16}$ $\quad$ $200 = 12 \times 16 + 8 = (C8)_{16}$

$300 = 16^2 + 2 \times 16 + 12 = (12C)_{16}$ $\quad$ $1000 = 3 \times 16^2 + 14 \times 16 + 8 = (3E8)_{16}$

Definition

La base 16.

Les chiffres sont $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F$.

On a $A_{16} = 10$; $B_{16} = 11$; $C_{16} = 12$; $D_{16} = 13$; $E_{16} = 14$; $F_{16} = 15$.

Exemple

$20 = 16 + 4 = (14)_{16}$

$37 = 2 \times 16 + 5(25)_2$

$100 = 6 \times 16 + 4 = (64)_{16}$

$300 = 16^2 + 2 \times 16 + 12 = (12C)_{16}$

$28 = 16 + 12(1C)_{16}$

$45 = 2 \times 16 + 13 = (2D)_{16}$

$200 = 12 \times 16 + 8 = (C8)_{16}$

$1000 = 3 \times 16^2 + 14 \times 16 + 8 = (3E8)_{16}$

Représentation d'un nombre

La base 16

Definition

La base 16.

Les chiffres sont $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F$.

On a $A_{16} = 10$; $B_{16} = 11$; $C_{16} = 12$; $D_{16} = 13$; $E_{16} = 14$; $F_{16} = 15$.

Exemple

$20 = 16 + 4 = (14)_{16}$

$28 = 16 + 12(1C)_{16}$

$37 = 2 \times 16 + 5(25)_2$

$45 = 2 \times 16 + 13 = (2D)_{16}$

$100 = 6 \times 16 + 4 = (64)_{16}$

$200 = 12 \times 16 + 8 = (C8)_{16}$

$300 = 16^2 + 2 \times 16 + 12 = (12C)_{16}$

$1000 = 3 \times 16^2 + 14 \times 16 + 8 = (3E8)_{16}$

Représentation d'un nombre

La base 16

Definition

La base 16.

Les chiffres sont $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F$.

On a $A_{16} = 10$; $B_{16} = 11$; $C_{16} = 12$; $D_{16} = 13$; $E_{16} = 14$; $F_{16} = 15$.

Exemple

$20 = 16 + 4 = (14)_{16}$

$37 = 2 \times 16 + 5(25)_2$

$100 = 6 \times 16 + 4 = (64)_{16}$

$300 = 16^2 + 2 \times 16 + 12 = (12C)_{16}$

$28 = 16 + 12(1C)_{16}$

$45 = 2 \times 16 + 13 = (2D)_{16}$

$200 = 12 \times 16 + 8 = (C8)_{16}$

$1000 = 3 \times 16^2 + 14 \times 16 + 8 = (3E8)_{16}$

Représentation d'un nombre

La base 16

Definition

La base 16.

Les chiffres sont $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F$.

On a $A_{16} = 10$; $B_{16} = 11$; $C_{16} = 12$; $D_{16} = 13$; $E_{16} = 14$; $F_{16} = 15$.

Exemple

$20 = 16 + 4 = (14)_{16}$

$37 = 2 \times 16 + 5(25)_2$

$100 = 6 \times 16 + 4 = (64)_{16}$

$300 = 16^2 + 2 \times 16 + 12 = (12C)_{16}$

$28 = 16 + 12(1C)_{16}$

$45 = 2 \times 16 + 13 = (2D)_{16}$

$200 = 12 \times 16 + 8 = (C8)_{16}$

$1000 = 3 \times 16^2 + 14 \times 16 + 8 = (3E8)_{16}$

Représentation d'un nombre

La base 16

Definition

La base 16.

Les chiffres sont $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F$.

On a $A_{16} = 10$; $B_{16} = 11$; $C_{16} = 12$; $D_{16} = 13$; $E_{16} = 14$; $F_{16} = 15$.

Exemple

$20 = 16 + 4 = (14)_{16}$

$28 = 16 + 12(1C)_{16}$

$37 = 2 \times 16 + 5(25)_2$

$45 = 2 \times 16 + 13 = (2D)_{16}$

$100 = 6 \times 16 + 4 = (64)_{16}$

$200 = 12 \times 16 + 8 = (C8)_{16}$

$300 = 16^2 + 2 \times 16 + 12 = (12C)_{16}$

$1000 = 3 \times 16^2 + 14 \times 16 + 8 = (3E8)_{16}$

Représentation d'un nombre

La base 16

Definition

La base 16.

Les chiffres sont $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F$.

On a $A_{16} = 10$; $B_{16} = 11$; $C_{16} = 12$; $D_{16} = 13$; $E_{16} = 14$; $F_{16} = 15$.

Exemple

$$20 = 16 + 4 = (14)_{16}$$
$$37 = 2 \times 16 + 5(25)_2$$
$$100 = 6 \times 16 + 4 = (64)_{16}$$
$$300 = 16^2 + 2 \times 16 + 12 = (12C)_{16}$$
$$28 = 16 + 12(1C)_{16}$$
$$45 = 2 \times 16 + 13 = (2D)_{16}$$
$$200 = 12 \times 16 + 8 = (C8)_{16}$$
$$1000 = 3 \times 16^2 + 14 \times 16 + 8 = (3E8)_{16}$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 16

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

FIGURE : Table d'addition en base 16

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 16

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	54	5B	62	69
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	0	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	0	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

FIGURE : Table de multiplication en base 16

Exemple

$$\begin{array}{cccc} & 8 & A & C \\ + & 2 & B & 6 \\ \hline & . & . & . \end{array}$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 16

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

FIGURE : Table d'addition en base 16

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 16

Exemple

$$\begin{array}{cccc} & & 1 & \\ & 8 & A & C \\ + & 2 & B & 6 \\ \hline & \cdot & \cdot & 2 \end{array}$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 16

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

FIGURE : Table d'addition en base 16

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 16

Exemple

$$\begin{array}{cccc} & 1 & & \\ & 8 & A & C \\ + & 2 & B & 6 \\ \hline & \cdot & 6 & 2 \end{array}$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 16

Exemple

$$\begin{array}{cccc} & 8 & A & C \\ + & 2 & B & 6 \\ \hline & B & 6 & 2 \end{array}$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 16

Exemple

$$
\begin{array}{cccc}
 & 8 & A & C \\
+ & 2 & B & 6 \\
\hline
 & B & 6 & 2
\end{array}
$$

Exemple

$$
\begin{array}{cccc}
 & 1 & 2 & C \\
\times & & C & 8 \\
\hline
 & . & . & . \\
. & . & . & . \\
\hline
. & . & . & .
\end{array}
$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 16

Exemple

$$
\begin{array}{cccc}
 & 8 & A & C \\
+ & 2 & B & 6 \\
\hline
 & B & 6 & 2
\end{array}
$$

Exemple

$$
\begin{array}{cccc}
 & 1 & 2 & C \\
\times & & C & 8 \\
\hline
 & 9 & 6 & 0 \\
. & . & . & . \\
\hline
. & . & . & .
\end{array}
$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 16

Exemple

$$\begin{array}{cccc} & 8 & A & C \\ + & 2 & B & 6 \\ \hline & B & 6 & 2 \end{array}$$

Exemple

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 2 & C \\ \times & & C & 8 \\ \hline & 9 & 6 & 0 \\ E & 1 & 0 & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

Représentation d'un nombre

Addition et multiplication en base 16

Exemple

$$\begin{array}{cccc} & 8 & A & C \\ + & 2 & B & 6 \\ \hline & B & 6 & 2 \end{array}$$

Exemple

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 2 & C \\ \times & & C & 8 \\ \hline & 9 & 6 & 0 \\ E & 1 & 0 & \cdot \\ \hline E & A & 6 & 0 \end{array}$$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

On multiplie chaque chiffre de l'écriture par la bonne puissance de la base et on ajoute.

Exemple

1. $(101101)_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 45.$
2. $(A3C5)_{16} = 10 \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 12 \times 16 + 5 = 41925$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

On multiplie chaque chiffre de l'écriture par la bonne puissance de la base et on ajoute.

Exemple

1. $(101101)_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 45.$
2. $(A3C5)_{16} = 10 \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 12 \times 16 + 5 = 41925$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

On multiplie chaque chiffre de l'écriture par la bonne puissance de la base et on ajoute.

Exemple

1. $(101101)_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 45.$
2. $(A3C5)_{16} = 10 \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 12 \times 16 + 5 = 41925$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

On multiplie chaque chiffre de l'écriture par la bonne puissance de la base et on ajoute.

Exemple

1. $(101101)_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 45.$
2. $(A3C5)_{16} = 10 \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 12 \times 16 + 5 = 41925$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

On multiplie chaque chiffre de l'écriture par la bonne puissance de la base et on ajoute.

Exemple

1. $(101101)_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 45.$
2. $(A3C5)_{16} = 10 \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 12 \times 16 + 5 = 41925$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

On multiplie chaque chiffre de l'écriture par la bonne puissance de la base et on ajoute.

Exemple

1. $(101101)_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 45.$
2. $(A3C5)_{16} = 10 \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 12 \times 16 + 5 = 41925$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

On effectue des divisions euclidennes successives par la base jusqu'à obtenir un dividende égal à 0. On écrit ensuite la liste des chiffre représentant les restes de gauche à droite en commençant par le dernier reste.

Exemple

Comment s'écrit 114 *en base* 2 *?*

$$\begin{array}{rcrr} 114 & = & 2\times 57+ & 0 \\ 57 & = & 2\times 28+ & 1 \\ 28 & = & 2\times 14+ & 0 \\ 14 & = & 2\times 7+ & 0 \\ 7 & = & 2\times 3+ & 1 \\ 3 & = & 2\times 1+ & 1 \\ 1 & = & 2\times 0+ & 1 \end{array}.$$

Donc $114 = (1110010)_2$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

On effectue des divisions euclidennes successives par la base jusqu'à obtenir un dividende égal à 0. On écrit ensuite la liste des chiffre représentant les restes de gauche à droite en commençant par le dernier reste.

Exemple

Comment s'écrit 114 *en base* 2 *?*

$$\begin{array}{rcrl} 114 & = & 2\times 57+ & 0 \\ 57 & = & 2\times 28+ & 1 \\ 28 & = & 2\times 14+ & 0 \\ 14 & = & 2\times 7+ & 0 \\ 7 & = & 2\times 3+ & 1 \\ 3 & = & 2\times 1+ & 1 \\ 1 & = & 2\times 0+ & 1 \end{array}.$$

Donc $114 = (1110010)_2$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

On effectue des divisions euclidennes successives par la base jusqu'à obtenir un dividende égal à 0. On écrit ensuite la liste des chiffre représentant les restes de gauche à droite en commençant par le dernier reste.

Exemple

Comment s'écrit 114 *en base* 2 *?*

$$\begin{array}{rcrc} 114 & = & 2\times 57+ & 0 \\ 57 & = & 2\times 28+ & 1 \\ 28 & = & 2\times 14+ & 0 \\ 14 & = & 2\times 7+ & 0 \\ 7 & = & 2\times 3+ & 1 \\ 3 & = & 2\times 1+ & 1 \\ 1 & = & 2\times 0+ & 1 \end{array}.$$

Donc $114 = (1110010)_2$

On effectue des divisions euclidennes successives par la base jusqu'à obtenir un dividende égal à 0. On écrit ensuite la liste des chiffre représentant les restes de gauche à droite en commençant par le dernier reste.

Exemple

Comment s'écrit 114 *en base* 2 *?*

$$\begin{array}{rcll}
114 & = & 2\times 57+ & 0 \\
57 & = & 2\times 28+ & 1 \\
28 & = & 2\times 14+ & 0 \\
14 & = & 2\times 7+ & 0 \\
7 & = & 2\times 3+ & 1 \\
3 & = & 2\times 1+ & 1 \\
1 & = & 2\times 0+ & 1
\end{array}.$$

Donc $114 = (1110010)_2$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

On effectue des divisions euclidennes successives par la base jusqu'à obtenir un dividende égal à 0. On écrit ensuite la liste des chiffre représentant les restes de gauche à droite en commençant par le dernier reste.

Exemple

Comment s'écrit 114 *en base* 2 *?*

$$\begin{array}{rcrl} 114 & = & 2\times 57+ & 0 \\ 57 & = & 2\times 28+ & 1 \\ 28 & = & 2\times 14+ & 0 \\ 14 & = & 2\times 7+ & 0 \\ 7 & = & 2\times 3+ & 1 \\ 3 & = & 2\times 1+ & 1 \\ 1 & = & 2\times 0+ & 1 \end{array}$$

Donc $114 = (1110010)_2$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

On effectue des divisions euclidennes successives par la base jusqu'à obtenir un dividende égal à 0. On écrit ensuite la liste des chiffre représentant les restes de gauche à droite en commençant par le dernier reste.

Exemple

Comment s'écrit 114 *en base* 2 *?*

$$\begin{aligned}
114 &= 2\times 57+ & 0\\
57 &= 2\times 28+ & 1\\
28 &= 2\times 14+ & 0\\
14 &= 2\times 7+ & 0\\
7 &= 2\times 3+ & 1\\
3 &= 2\times 1+ & 1\\
1 &= 2\times 0+ & 1
\end{aligned}$$

Donc $114 = (1110010)_2$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

On effectue des divisions euclidennes successives par la base jusqu'à obtenir un dividende égal à 0. On écrit ensuite la liste des chiffre représentant les restes de gauche à droite en commençant par le dernier reste.

Exemple

Comment s'écrit 114 *en base* 2 *?*

$$\begin{array}{rcrc} 114 & = & 2 \times 57+ & 0 \\ 57 & = & 2 \times 28+ & 1 \\ 28 & = & 2 \times 14+ & 0 \\ 14 & = & 2 \times 7+ & 0 \\ 7 & = & 2 \times 3+ & 1 \\ 3 & = & 2 \times 1+ & 1 \\ 1 & = & 2 \times 0+ & 1 \end{array}.$$

Donc $114 = (1110010)_2$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

On effectue des divisions euclidennes successives par la base jusqu'à obtenir un dividende égal à 0. On écrit ensuite la liste des chiffre représentant les restes de gauche à droite en commençant par le dernier reste.

Exemple

Comment s'écrit 114 *en base* 2 *?*

$$\begin{array}{rcrr} 114 & = & 2\times 57+ & \color{red}{0} \\ 57 & = & 2\times 28+ & \color{red}{1} \\ 28 & = & 2\times 14+ & \color{red}{0} \\ 14 & = & 2\times 7+ & \color{red}{0} \\ 7 & = & 2\times 3+ & \color{red}{1} \\ 3 & = & 2\times 1+ & \color{red}{1} \\ 1 & = & 2\times 0+ & \color{red}{1} \end{array}.$$

Donc $114 = (1110010)_2$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

On effectue des divisions euclidennes successives par la base jusqu'à obtenir un dividende égal à 0. On écrit ensuite la liste des chiffre représentant les restes de gauche à droite en commençant par le dernier reste.

Exemple

Comment s'écrit 114 *en base* 2 *?*

$$\begin{array}{ccrc} 114 & = & 2\times 57+ & {\color{red}0} \\ 57 & = & 2\times 28+ & {\color{red}1} \\ 28 & = & 2\times 14+ & {\color{red}0} \\ 14 & = & 2\times 7+ & {\color{red}0} \\ 7 & = & 2\times 3+ & {\color{red}1} \\ 3 & = & 2\times 1+ & {\color{red}1} \\ 1 & = & 2\times 0+ & {\color{red}1} \end{array}.$$

Donc $114 = (1110010)_2$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

Exemple

Comment s'écrit 5851 *en base* 16 *?*

$$\begin{array}{rcll} 5851 & = & 16 \times 365 + & 11 \\ 365 & = & 16 \times 22 + & 13 \\ 22 & = & 16 \times 1 + & 6 \\ 1 & = & 16 \times 0 + & 1 \end{array}.$$

Donc $5851 = (16DB)_{16}$

Exemple

Comment s'écrit 5851 *en base* 16 *?*

$$
\begin{array}{rcrc}
5851 & = & 16 \times 365+ & 11 \\
365 & = & 16 \times 22+ & 13 \\
22 & = & 16 \times 1+ & 6 \\
1 & = & 16 \times 0+ & 1
\end{array}
$$

Donc $5851 = (16DB)_{16}$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

Exemple

Comment s'écrit 5851 *en base* 16 *?*

$$\begin{array}{ccc} 5851 & = & 16 \times 365 + \quad 11 \\ 365 & = & 16 \times 22 + \quad 13 \\ 22 & = & 16 \times 1 + \quad 6 \\ 1 & = & 16 \times 0 + \quad 1 \end{array}$$

Donc $5851 = (16DB)_{16}$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

Exemple

Comment s'écrit 5851 *en base* 16 *?*

$$\begin{array}{ccc} 5851 & = & 16 \times 365+ & 11 \\ 365 & = & 16 \times 22+ & 13 \\ 22 & = & 16 \times 1+ & 6 \\ 1 & = & 16 \times 0+ & 1 \end{array}$$

Donc $5851 = (16DB)_{16}$

Représentation d'un nombre

Passage des bases 2 et 16 à la base 10

Exemple

Comment s'écrit 5851 *en base* 16 *?*

$$\begin{array}{ccrc} 5851 & = & 16\times 365+ & \color{red}{11} \\ 365 & = & 16\times 22+ & \color{red}{13} \\ 22 & = & 16\times 1+ & \color{red}{6} \\ 1 & = & 16\times 0+ & \color{red}{1} \end{array}.$$

Donc $5851 = (16DB)_{16}$

Exemple

Comment s'écrit 5851 *en base* 16 *?*

$$\begin{array}{ccc c} 5851 & = & 16 \times 365+ & \color{red}{11} \\ 365 & = & 16 \times 22+ & \color{red}{13} \\ 22 & = & 16 \times 1+ & \color{red}{6} \\ 1 & = & 16 \times 0+ & \color{red}{1} \end{array}.$$

Donc $5851 = (16DB)_{16}$

Représentation d'un nombre

Passage entre les bases 2 et 16

Pour passer de la base 16 à la base 2, on utilise la table de conversion suivante en remplaçant chaque chiffre de la base 16 par une série d'exactement 4 chiffres de la base 2 (en ajoutant éventuellement des zéros à gauche). On supprime ensuite les zéros les plus à gauche, qui sont inutiles.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

Exemple

Comment s'écrit $(3A2C5)_{16}$ *en base 2 ?*

Réponse : $(111010001011000101)_2$

3	*A*	2	*C*	5
0011	1010	0010	1100	0101

Représentation d'un nombre

Passage entre les bases 2 et 16

Pour passer de la base 16 à la base 2, on utilise la table de conversion suivante en remplaçant chaque chiffre de la base 16 par une série d'exactement 4 chiffres de la base 2 (en ajoutant éventuellement des zéros à gauche). On supprime ensuite les zéros les plus à gauche, qui sont inutiles.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

Exemple

Comment s'écrit $(3A2C5)_{16}$ *en base 2 ?*

Réponse : $(111010001011000101)_2$

3	A	2	C	5
0011	1010	0010	1100	0101

Représentation d'un nombre

Passage entre les bases 2 et 16

Pour passer de la base 2 à la base 16, on utilise la même table de conversion en regroupant les chiffres de l'écriture en base 2 par paquet de 4 chiffres, en procédant de droite à gauche.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

Exemple

Comment s'écrit $(1101111011000011011)_2$ *en base 16 ?*

Réponse : $(6F61B)_{16}$

110	1111	0110	0001	1011
6	F	6	1	B

Représentation d'un nombre

Passage entre les bases 2 et 16

Pour passer de la base 2 à la base 16, on utilise la même table de conversion en regroupant les chiffres de l'écriture en base 2 par paquet de 4 chiffres, en procédant de droite à gauche.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

Exemple

Comment s'écrit $(1101111011000011011)_2$ *en base* 16 *?*

Réponse : $(6F61B)_{16}$

110	1111	0110	0001	1011
6	F	6	1	B

Dans toute base, comme pour la base 10, tout nombre rationnel ou décimal peut s'écrire à l'aide d'une écriture avec une virgule. Attention ! Certains nombres peuvent s'écrire avec un nombre fini de chiffre dans une base mais pas dans l'autre.

Exemple

1. *en base* 2 *on a :* $1/2 = (0,1)_2$; $1/4 = (0,01)_2$; $13/8 = 1 + 1/2 + 1/8 = (1,101)_2$.
2. *en base* 16 *on a :* $1/4 = 4/16 = (0,4)_{16}$;

Les nombres décimaux (ceux qui s'écrivent en base 10 avec un nombre fini de chiffres derrière la virgule) peuvent être écrit avec beaucoup de chiffres, ce qui rend difficile sa lecture et donc l'évaluation de sa valeur.
C'est le cas quand on travail en astronomie, en chimie ou en électricité.
Dans ce cas on adopte la représentation scientifique du nombre qui consiste à représenter le nombre comme le produit d'un nombre avec un seul chiffre avant la virgule et d'une puissance de 10.

Exemple

1. $345000000000 = 3,45\ 10^{11}$;
2. $0,0000000000000000123 = 1,23\ 10^{-17}$.

Représentation d'un nombre

valeur approchée d'un nombre réel

D'un point de vue pratique, avoir la connaissance d'une valeur n'est pas toujours utile ni possible (en cas des mesures). On cherche alors à exprimer une valeur approchée et le degré d'erreur.

On dira que le nombre x a pour valeur approchée le nombre b à 10^{-n} près si

(a) le nombre b est écrit avec n chiffres derrière la virgule ;

(b) le nombre b est le nombre le plus près de x avec cette propriété (voir exemple ci-dessous pour le cas particulier de deux valeurs possibles)

Exemple

Le nombre $x = 23,46355$ *a pour valeur approchée :*

1. $23,5$ à 10^{-1} *;*
2. $23,46$ à 10^{-2} *;*
3. $23,464$ à 10^{-3} *;*
4. $23,4635$ à 10^{-4} *; (Remarquez le cas particulier et la convention)*
5. $23,46355$ à 10^{-5} *;*

Représentation d'un nombre

valeur approchée d'un nombre réel

D'un point de vue pratique, avoir la connaissance d'une valeur n'est pas toujours utile ni possible (en cas des mesures). On cherche alors à exprimer une valeur approchée et le degré d'erreur.

On dira que le nombre x a pour valeur approchée le nombre b à 10^{-n} près si

(a) le nombre b est écrit avec n chiffres derrière la virgule ;

(b) le nombre b est le nombre le plus près de x avec cette propriété (voir exemple ci-dessous pour le cas particulier de deux valeurs possibles)

Exemple

Le nombre $x = 23,46355$ a pour valeur approchée :

1. $23,5$ à 10^{-1} ;
2. $23,46$ à 10^{-2} ;
3. $23,464$ à 10^{-3} ;
4. $23,4635$ à 10^{-4} ; (Remarquez le cas particulier et la convention)
5. $23,46355$ à 10^{-5} ;

Représentation d'un nombre

valeur approchée d'un nombre réel

D'un point de vue pratique, avoir la connaissance d'une valeur n'est pas toujours utile ni possible (en cas des mesures). On cherche alors à exprimer une valeur approchée et le degré d'erreur.

On dira que le nombre x a pour valeur approchée le nombre b à 10^{-n} près si

(a) le nombre b est écrit avec n chiffres derrière la virgule ;

(b) le nombre b est le nombre le plus près de x avec cette propriété (voir exemple ci-dessous pour le cas particulier de deux valeurs possibles)

Exemple

Le nombre $x = 23,46355$ *a pour valeur approchée :*

1. $23,5$ à 10^{-1} ;
2. $23,46$ à 10^{-2} ;
3. $23,464$ à 10^{-3} ;
4. $23,4635$ à 10^{-4} ; (*Remarquez le cas particulier et la convention*)
5. $23,46355$ à 10^{-5} ;

Représentation d'un nombre

valeur approchée d'un nombre réel

D'un point de vue pratique, avoir la connaissance d'une valeur n'est pas toujours utile ni possible (en cas des mesures). On cherche alors à exprimer une valeur approchée et le degré d'erreur.

On dira que le nombre x a pour valeur approchée le nombre b à 10^{-n} près si

(a) le nombre b est écrit avec n chiffres derrière la virgule ;

(b) le nombre b est le nombre le plus près de x avec cette propriété (voir exemple ci-dessous pour le cas particulier de deux valeurs possibles)

Exemple

Le nombre $x = 23,46355$ *a pour valeur approchée :*

1. $23,5$ à 10^{-1} ;
2. $23,46$ à 10^{-2} ;
3. $23,464$ à 10^{-3} ;
4. $23,4635$ à 10^{-4} ; (*Remarquez le cas particulier et la convention*)
5. $23,46355$ à 10^{-5} ;

Représentation d'un nombre

valeur approchée d'un nombre réel

D'un point de vue pratique, avoir la connaissance d'une valeur n'est pas toujours utile ni possible (en cas des mesures). On cherche alors à exprimer une valeur approchée et le degré d'erreur.

On dira que le nombre x a pour valeur approchée le nombre b à 10^{-n} près si

(a) le nombre b est écrit avec n chiffres derrière la virgule ;

(b) le nombre b est le nombre le plus près de x avec cette propriété (voir exemple ci-dessous pour le cas particulier de deux valeurs possibles)

Exemple

Le nombre $x = 23,46355$ *a pour valeur approchée :*

1. $23,5$ à 10^{-1} *;*
2. $23,46$ à 10^{-2} *;*
3. $23,464$ à 10^{-3} *;*
4. $23,4635$ à 10^{-4} *; (Remarquez le cas particulier et la convention)*
5. $23,46355$ à 10^{-5} *;*

Représentation d'un nombre

valeur approchée d'un nombre réel

D'un point de vue pratique, avoir la connaissance d'une valeur n'est pas toujours utile ni possible (en cas des mesures). On cherche alors à exprimer une valeur approchée et le degré d'erreur.

On dira que le nombre x a pour valeur approchée le nombre b à 10^{-n} près si

(a) le nombre b est écrit avec n chiffres derrière la virgule ;

(b) le nombre b est le nombre le plus près de x avec cette propriété (voir exemple ci-dessous pour le cas particulier de deux valeurs possibles)

Exemple

Le nombre $x = 23,46355$ *a pour valeur approchée :*

1. $23,5$ à 10^{-1} *;*
2. $23,46$ à 10^{-2} *;*
3. $23,464$ à 10^{-3} *;*
4. $23,4635$ à 10^{-4} *; (Remarquez le cas particulier et la convention)*
5. $23,46355$ à 10^{-5} *;*

Représentation d'un nombre

valeur approchée d'un nombre réel

D'un point de vue pratique, avoir la connaissance d'une valeur n'est pas toujours utile ni possible (en cas des mesures). On cherche alors à exprimer une valeur approchée et le degré d'erreur.

On dira que le nombre x a pour valeur approchée le nombre b à 10^{-n} près si

(a) le nombre b est écrit avec n chiffres derrière la virgule ;

(b) le nombre b est le nombre le plus près de x avec cette propriété (voir exemple ci-dessous pour le cas particulier de deux valeurs possibles)

Exemple

Le nombre $x = 23,46355$ *a pour valeur approchée :*

1. $23,5$ à 10^{-1} *;*
2. $23,46$ à 10^{-2} *;*
3. $23,464$ à 10^{-3} *;*
4. $23,4635$ à 10^{-4} *; (Remarquez le cas particulier et la convention)*
5. $23,46355$ à 10^{-5} *;*

La première apparition des nombres complexes date des environs de 1545, les Italiens Cardan, Ferrari, Scipione del Ferro et Tartaglia ont introduit de nouveaux nombres. L'objectif était de trouver une méthode pour résoudre les équations du type $x^3 + px + q = 0$.

C'est Bombelli qui définit réellement le premier les nombres complexes et leurs opérations algébriques (1572). Cela lui permet de montrer que toute équation $ax^2 + bx + c = 0$ possède des solutions, possiblement complexes.

La première apparition des nombres complexes date des environs de 1545, les Italiens Cardan, Ferrari, Scipione del Ferro et Tartaglia ont introduit de nouveaux nombres. L'objectif était de trouver une méthode pour résoudre les équations du type $x^3 + px + q = 0$.
C'est Bombelli qui définit réellement le premier les nombres complexes et leurs opérations algébriques (1572). Cela lui permet de montrer que toute équation $ax^2 + bx + c = 0$ possède des solutions, possiblement complexes.

Nombres complexes

Definition

Definition

1. On admet (dans ce cours) l'existence d'un nombre, noté i (aussi j par les physiciens), qui vérifie que
$$i^2 = -1$$
Un nombre complexe z est de la forme
$$z = a + i \times b$$
où a et b sont des réels. Le nombre a s'appelle la partie réelle de z (noté $Re(z)$) et le nombre b s'appelle la partie imaginaire de z (noté $Im(z)$) ;
2. $a + ib = a' + ib' \iff a = a'$ et $b = b'$;
3. Le conjugué $\overline{z}$ de $z = a + ib$ est le nombre complexe $\overline{z} = a - ib$;
4. Le module de $z = a + ib$ est $|z|$ défini par
$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \in \mathbb{R}$$

Definition

1. On admet (dans ce cours) l'existence d'un nombre, noté i (aussi j par les physiciens), qui vérifie que
$$i^2 = -1$$
Un nombre complexe z est de la forme
$$z = a + i \times b$$
où a et b sont des réels. Le nombre a s'appelle la partie réelle de z (noté $Re(z)$) et le nombre b s'appelle la partie imaginaire de z (noté $Im(z)$) ;
2. $a + ib = a' + ib' \iff a = a'$ et $b = b'$;
3. Le conjugué $\overline{z}$ de $z = a + ib$ est le nombre complexe $\overline{z} = a - ib$;
4. Le module de $z = a + ib$ est $|z|$ défini par
$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \in \mathbb{R}$$

Nombres complexes

Definition

Definition

1. On admet (dans ce cours) l'existence d'un nombre, noté i (aussi j par les physiciens), qui vérifie que
$$i^2 = -1$$
Un nombre complexe z est de la forme
$$z = a + i \times b$$
où a et b sont des réels. Le nombre a s'appelle la partie réelle de z (noté $Re(z)$) et le nombre b s'appelle la partie imaginaire de z (noté $Im(z)$) ;
2. $a + ib = a' + ib' \iff a = a'$ et $b = b'$;
3. Le conjugué $\overline{z}$ de $z = a + ib$ est le nombre complexe $\overline{z} = a - ib$;
4. Le module de $z = a + ib$ est $|z|$ défini par
$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \in \mathbb{R}$$

Definition

1. On admet (dans ce cours) l'existence d'un nombre, noté i (aussi j par les physiciens), qui vérifie que
$$i^2 = -1$$
Un nombre complexe z est de la forme
$$z = a + i \times b$$
où a et b sont des réels. Le nombre a s'appelle la partie réelle de z (noté $Re(z)$) et le nombre b s'appelle la partie imaginaire de z (noté $Im(z)$) ;
2. $a + ib = a' + ib' \iff a = a'$ et $b = b'$;
3. Le conjugué $\overline{z}$ de $z = a + ib$ est le nombre complexe $\overline{z} = a - ib$;
4. Le module de $z = a + ib$ est $|z|$ défini par
$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \in \mathbb{R}$$

Definition

1. On admet (dans ce cours) l'existence d'un nombre, noté i (aussi j par les physiciens), qui vérifie que
$$i^2 = -1$$
Un nombre complexe z est de la forme
$$z = a + i \times b$$
où a et b sont des réels. Le nombre a s'appelle la partie réelle de z (noté $Re(z)$) et le nombre b s'appelle la partie imaginaire de z (noté $Im(z)$) ;
2. $a + ib = a' + ib' \iff a = a'$ et $b = b'$;
3. Le conjugué $\overline{z}$ de $z = a + ib$ est le nombre complexe $\overline{z} = a - ib$;
4. Le module de $z = a + ib$ est $|z|$ défini par
$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \in \mathbb{R}$$

Definition

1. On admet (dans ce cours) l'existence d'un nombre, noté i (aussi j par les physiciens), qui vérifie que
$$i^2 = -1$$
Un nombre complexe z est de la forme
$$z = a + i \times b$$
où a et b sont des réels. Le nombre a s'appelle la partie réelle de z (noté $Re(z)$) et le nombre b s'appelle la partie imaginaire de z (noté $Im(z)$) ;
2. $a + ib = a' + ib' \iff a = a'$ et $b = b'$;
3. Le conjugué $\overline{z}$ de $z = a + ib$ est le nombre complexe $\overline{z} = a - ib$;
4. Le module de $z = a + ib$ est $|z|$ défini par
$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \in \mathbb{R}$$

Nombres complexes

Règles de calcul

Proposition

si $z = a + ib$ *et* $z' = c + id$ *alors*

1. $$z + z' = (a + c) + i(b + d).$$

   Donc $Re(z + z') = Re(z) + Re(z')$ *et* $Im(z + z') = Im(z) + Im(z')$ *;*

2. $$z \times z' = (ac - bd) + i(ad + bc).$$

   Donc $Re(z \times z') = ac - bd$ *et* $Im(z \times z') = ad + bc$ *;*

3. $\overline{\overline{z}} = z$ *et* $|\overline{z}| = |z|$ *;*

4. $$a = \frac{z + \overline{z}}{2} \text{ ; } b = \frac{z - \overline{z}}{2} \text{ et } z \times \overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2.$$

Nombres complexes

Règles de calcul

Proposition

si $z = a + ib$ *et* $z' = c + id$ *alors*

1. $$z + z' = (a + c) + i(b + d).$$

   $$Donc\ Re(z + z') = Re(z) + Re(z')\ et\ Im(z + z') = Im(z) + Im(z');$$

2. $$z \times z' = (ac - bd) + i(ad + bc).$$

   $$Donc\ Re(z \times z') = ac - bd\ et\ Im(z \times z') = ad + bc;$$

3. $\overline{\overline{z}} = z$ *et* $|\overline{z}| = |z|$;

4. $$a = \frac{z + \overline{z}}{2};\ b = \frac{z - \overline{z}}{2}\ et\ z \times \overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2.$$

Nombres complexes

Règles de calcul

Proposition

si $z = a + ib$ *et* $z' = c + id$ *alors*

1. $$z + z' = (a + c) + i(b + d).$$

   Donc $Re(z + z') = Re(z) + Re(z')$ *et* $Im(z + z') = Im(z) + Im(z')$ *;*

2. $$z \times z' = (ac - bd) + i(ad + bc).$$

   Donc $Re(z \times z') = ac - bd$ *et* $Im(z \times z') = ad + bc$ *;*

3. $\overline{\overline{z}} = z$ *et* $|\overline{z}| = |z|$ *;*

4. $$a = \frac{z + \overline{z}}{2} \; ; \; b = \frac{z - \overline{z}}{2} \text{ et } z \times \overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2.$$

Proposition

si $z = a + ib$ *et* $z' = c + id$ *alors*

1. $$z + z' = (a + c) + i(b + d).$$
   Donc $Re(z + z') = Re(z) + Re(z')$ *et* $Im(z + z') = Im(z) + Im(z')$ *;*
2. $$z \times z' = (ac - bd) + i(ad + bc).$$
   Donc $Re(z \times z') = ac - bd$ *et* $Im(z \times z') = ad + bc$ *;*
3. $\overline{\overline{z}} = z$ *et* $|\overline{z}| = |z|$ *;*
4. $$a = \frac{z + \overline{z}}{2} \; ; \; b = \frac{z - \overline{z}}{2} \text{ et } z \times \overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2.$$

Proposition

si $z = a + ib$ *et* $z' = c + id$ *alors*

1. $$z + z' = (a + c) + i(b + d).$$

   Donc $Re(z + z') = Re(z) + Re(z')$ *et* $Im(z + z') = Im(z) + Im(z')$;

2. $$z \times z' = (ac - bd) + i(ad + bc).$$

   Donc $Re(z \times z') = ac - bd$ *et* $Im(z \times z') = ad + bc$;

3. $\overline{\overline{z}} = z$ *et* $|\overline{z}| = |z|$;

4. $$a = \frac{z + \overline{z}}{2} \; ; \; b = \frac{z - \overline{z}}{2} \text{ et } z \times \overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2.$$

Nombres complexes

Formule d'Euler

Soit $z = a + ib$ un nombre complexe non nul. on a $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.
Si on pose $x = a/|z|$ et $y = b/|z|$, on a
$-1 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$ et $x^2 + y^2 = 1$.
Donc il existe une mesure d'angle θ tel que $x = \cos(\theta)$ et $y = \sin(\theta)$. On en déduit que

$$z = |z|(\cos(\theta) + \mathrm{i}\sin(\theta)) = |z|e^{i\theta}$$

où on pose (formule d'Euler)

$$e^{i\theta} = \cos(\theta) + \mathrm{i}\sin(\theta)$$

La mesure d'angle θ s'appelle l'argument de z et est défini uniquement à 2Π prés. On le note $Arg(z)$.
<u>En fait</u>, ceci est plus qu'une notation et est une vraie égalité mathématique.

Nombres complexes

Formule d'Euler

Exemple

1. $1 = 1 + 0 \times i = 1 \times cos(0) + 1 \times sin(0) = 1 \times e^{0 \times i} = e^{0 \times i}$.
2. $i = 0 + 1 \times i = 1 \times cos(\frac{\Pi}{2}) + 1 \times sin(\frac{\Pi}{2}) = 1 \times e^{i \times \frac{\Pi}{2}} = e^{i \times \frac{\Pi}{2}}$.
3. $i = -1 + 0 \times i = 1 \times cos(\Pi) + 1 \times sin(\Pi)) = e^{i \times \Pi}$.

Proposition

1. Soit $z = a + ib = |z|e^{i\theta} \neq 0$. On a $1/z = \frac{1}{|z|}e^{-i\theta}$ Donc $|\frac{1}{z}| = \frac{1}{|z|}$ et $Arg(\frac{1}{z}) = -Arg(z) = -\theta$.
2. Soit $z_1 = |z_1|e^{i\theta_1}$ et $z_2 = |z_2|e^{i\theta_2}$. On a

$$z_1 \times z_2 = |z_1|e^{i\theta_1} \times |z_2|e^{i\theta_2} = |z_1| \times |z_2|e^{i(\theta_1+\theta_2)}$$

Donc $|z_1 \times z_2| = |z_1| \times |z_2|$ et $Arg(z_1 \times z_2) = Arg(z_1) + Arg(z_2)$.

Nombres complexes

Formule d'Euler

Exemple

1. $1 = 1 + 0 \times i = 1 \times cos(0) + 1 \times sin(0) = 1 \times e^{0 \times i} = e^{0 \times i}$.
2. $i = 0 + 1 \times i = 1 \times cos(\frac{\Pi}{2}) + 1 \times sin(\frac{\Pi}{2}) = 1 \times e^{i \times \frac{\Pi}{2}} = e^{i \times \frac{\Pi}{2}}$.
3. $i = -1 + 0 \times i = 1 \times cos(\Pi) + 1 \times sin(\Pi)) = e^{i \times \Pi}$.

Proposition

1. Soit $z = a + ib = |z|e^{i\theta} \neq 0$. On a $1/z = \frac{1}{|z|}e^{-i\theta}$ Donc $|\frac{1}{z}| = \frac{1}{|z|}$ et $Arg(\frac{1}{z}) = -Arg(z) = -\theta$.
2. Soit $z_1 = |z_1|e^{i\theta_1}$ et $z_2 = |z_2|e^{i\theta_2}$. On a

$$z_1 \times z_2 = |z_1|e^{i\theta_1} \times |z_2|e^{i\theta_2} = |z_1| \times |z_2|e^{i(\theta_1+\theta_2)}$$

Donc $|z_1 \times z_2| = |z_1| \times |z_2|$ et $Arg(z_1 \times z_2) = Arg(z_1) + Arg(z_2)$.

Nombres complexes

Formule d'Euler

Exemple

1. $1 = 1 + 0 \times i = 1 \times cos(0) + 1 \times sin(0) = 1 \times e^{0 \times i} = e^{0 \times i}$.
2. $i = 0 + 1 \times i = 1 \times cos(\frac{\Pi}{2}) + 1 \times sin(\frac{\Pi}{2}) = 1 \times e^{i \times \frac{\Pi}{2}} = e^{i \times \frac{\Pi}{2}}$.
3. $i = -1 + 0 \times i = 1 \times cos(\Pi) + 1 \times sin(\Pi)) = e^{i \times \Pi}$.

Proposition

1. Soit $z = a + ib = |z|e^{i\theta} \neq 0$. On a $1/z = \frac{1}{|z|}e^{-i\theta}$ Donc $|\frac{1}{z}| = \frac{1}{|z|}$ et $Arg(\frac{1}{z}) = -Arg(z) = -\theta$.
2. Soit $z_1 = |z_1|e^{i\theta_1}$ et $z_2 = |z_2|e^{i\theta_2}$. On a

$$z_1 \times z_2 = |z_1|e^{i\theta_1} \times |z_2|e^{i\theta_2} = |z_1| \times |z_2|e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$$

Donc $|z_1 \times z_2| = |z_1| \times |z_2|$ et $Arg(z_1 \times z_2) = Arg(z_1) + Arg(z_2)$.

Nombres complexes

Formule d'Euler

Exemple

1. $1 = 1 + 0 \times i = 1 \times cos(0) + 1 \times sin(0) = 1 \times e^{0 \times i} = e^{0 \times i}$.
2. $i = 0 + 1 \times i = 1 \times cos(\frac{\Pi}{2}) + 1 \times sin(\frac{\Pi}{2}) = 1 \times e^{i \times \frac{\Pi}{2}} = e^{i \times \frac{\Pi}{2}}$.
3. $i = -1 + 0 \times i = 1 \times cos(\Pi) + 1 \times sin(\Pi)) = e^{i \times \Pi}$.

Proposition

1. Soit $z = a + ib = |z|e^{i\theta} \neq 0$. On a $1/z = \frac{1}{|z|}e^{-i\theta}$ Donc $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$ et $Arg(\frac{1}{z}) = -Arg(z) = -\theta$.
2. Soit $z_1 = |z_1|e^{i\theta_1}$ et $z_2 = |z_2|e^{i\theta_2}$. On a

$$z_1 \times z_2 = |z_1|e^{i\theta_1} \times |z_2|e^{i\theta_2} = |z_1| \times |z_2|e^{i(\theta_1+\theta_2)}$$

Donc $|z_1 \times z_2| = |z_1| \times |z_2|$ et $Arg(z_1 \times z_2) = Arg(z_1) + Arg(z_2)$.

Nombres complexes

Formule d'Euler

Exemple

1. $1 = 1 + 0 \times i = 1 \times cos(0) + 1 \times sin(0) = 1 \times e^{0 \times i} = e^{0 \times i}$.
2. $i = 0 + 1 \times i = 1 \times cos(\frac{\Pi}{2}) + 1 \times sin(\frac{\Pi}{2}) = 1 \times e^{i \times \frac{\Pi}{2}} = e^{i \times \frac{\Pi}{2}}$.
3. $i = -1 + 0 \times i = 1 \times cos(\Pi) + 1 \times sin(\Pi)) = e^{i \times \Pi}$.

Proposition

1. *Soit* $z = a + ib = |z|e^{i\theta} \neq 0$. *On a* $1/z = \frac{1}{|z|}e^{-i\theta}$ *Donc* $|\frac{1}{z}| = \frac{1}{|z|}$ *et* $Arg(\frac{1}{z}) = -Arg(z) = -\theta$.
2. *Soit* $z_1 = |z_1|e^{i\theta_1}$ *et* $z_2 = |z_2|e^{i\theta_2}$. *On a*

$$z_1 \times z_2 = |z_1|e^{i\theta_1} \times |z_2|e^{i\theta_2} = |z_1| \times |z_2|e^{i(\theta_1+\theta_2)}$$

Donc $|z_1 \times z_2| = |z_1| \times |z_2|$ *et* $Arg(z_1 \times z_2) = Arg(z_1) + Arg(z_2)$.

Nombres complexes

Formule d'Euler

Exemple

1. $1 = 1 + 0 \times i = 1 \times cos(0) + 1 \times sin(0) = 1 \times e^{0\times i} = e^{0\times i}$.
2. $i = 0 + 1 \times i = 1 \times cos(\frac{\Pi}{2}) + 1 \times sin(\frac{\Pi}{2}) = 1 \times e^{i\times\frac{\Pi}{2}} = e^{i\times\frac{\Pi}{2}}$.
3. $i = -1 + 0 \times i = 1 \times cos(\Pi) + 1 \times sin(\Pi)) = e^{i\times\Pi}$.

Proposition

1. *Soit* $z = a + ib = |z|e^{i\theta} \neq 0$. *On a* $1/z = \frac{1}{|z|}e^{-i\theta}$ *Donc* $|\frac{1}{z}| = \frac{1}{|z|}$ *et* $Arg(\frac{1}{z}) = -Arg(z) = -\theta$.
2. *Soit* $z_1 = |z_1|e^{i\theta_1}$ *et* $z_2 = |z_2|e^{i\theta_2}$. *On a*

$$z_1 \times z_2 = |z_1|e^{i\theta_1} \times |z_2|e^{i\theta_2} = |z_1| \times |z_2|e^{i(\theta_1+\theta_2)}$$

Donc $|z_1 \times z_2| = |z_1| \times |z_2|$ *et* $Arg(z_1 \times z_2) = Arg(z_1) + Arg(z_2)$.

Nombres complexes

Formule d'Euler

Exemple

1. $1 = 1 + 0 \times i = 1 \times cos(0) + 1 \times sin(0) = 1 \times e^{0 \times i} = e^{0 \times i}$.
2. $i = 0 + 1 \times i = 1 \times cos(\frac{\Pi}{2}) + 1 \times sin(\frac{\Pi}{2}) = 1 \times e^{i \times \frac{\Pi}{2}} = e^{i \times \frac{\Pi}{2}}$.
3. $i = -1 + 0 \times i = 1 \times cos(\Pi) + 1 \times sin(\Pi)) = e^{i \times \Pi}$.

Proposition

1. *Soit* $z = a + ib = |z|e^{i\theta} \neq 0$. *On a* $1/z = \frac{1}{|z|}e^{-i\theta}$ *Donc* $|\frac{1}{z}| = \frac{1}{|z|}$ *et* $Arg(\frac{1}{z}) = -Arg(z) = -\theta$.
2. *Soit* $z_1 = |z_1|e^{i\theta_1}$ *et* $z_2 = |z_2|e^{i\theta_2}$. *On a*

$$z_1 \times z_2 = |z_1|e^{i\theta_1} \times |z_2|e^{i\theta_2} = |z_1| \times |z_2|e^{i(\theta_1+\theta_2)}$$

Donc $|z_1 \times z_2| = |z_1| \times |z_2|$ *et* $Arg(z_1 \times z_2) = Arg(z_1) + Arg(z_2)$.

Nombres complexes

Representation géométrique

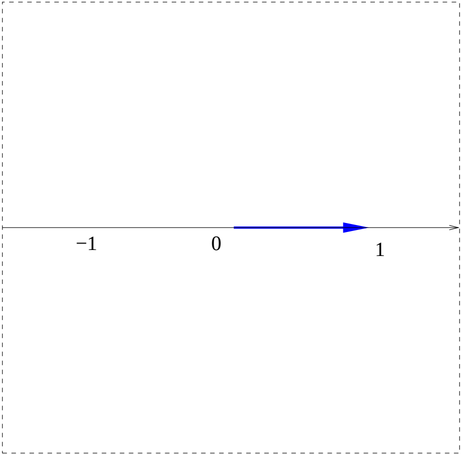


FIGURE : Les nombres réels

Nombres complexes

Representation géométrique

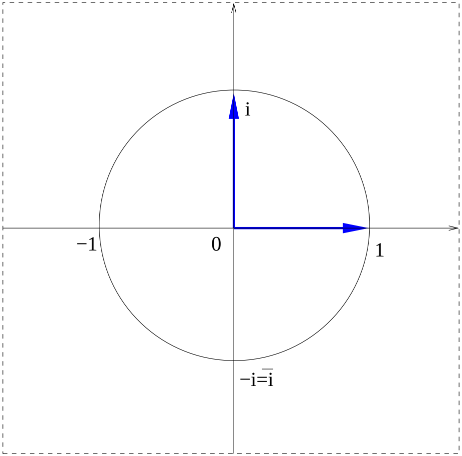


FIGURE : Les nombres imaginaires purs

Nombres complexes

Representation géométrique

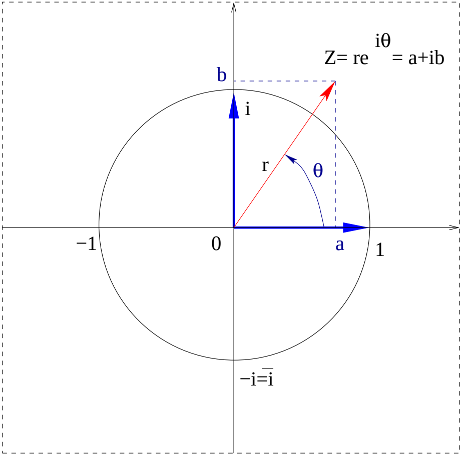


FIGURE : Représentation d'un nombre complexe

Nombres complexes

Representation géométrique

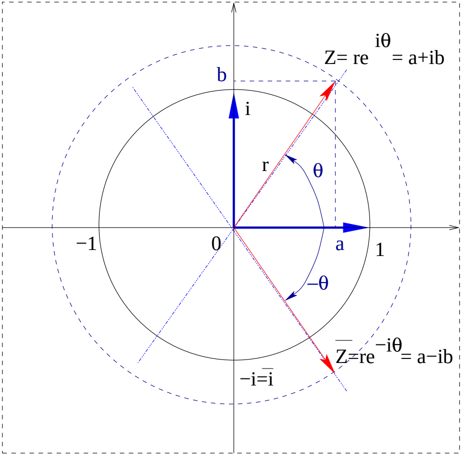


FIGURE : Le conjugué d'un nombre complexe

Nombres complexes

Representation géométrique

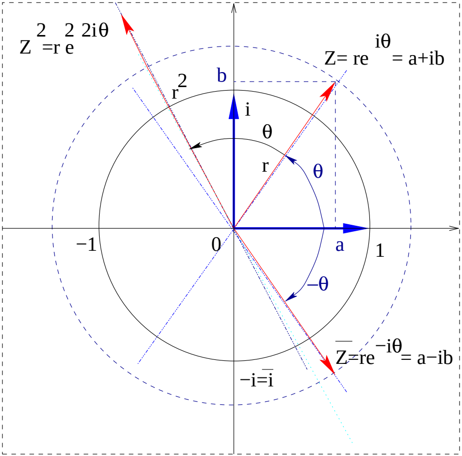


FIGURE : Le carré d'un nombre complexe

Nombres complexes

Representation géométrique

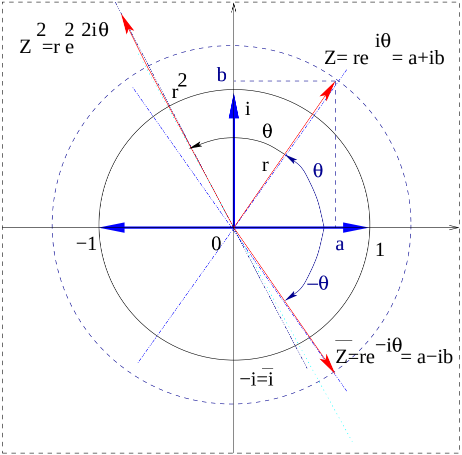


FIGURE : $i^2 = (e^{i\frac{\Pi}{2}})^2 = -1 = e^{i\Pi}$

Nombres complexes

Representation géométrique

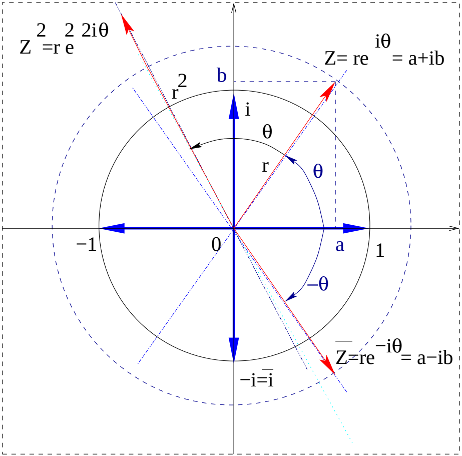


FIGURE : $i^3 = (e^{i\frac{\Pi}{2}})^3 = -i = e^{i\frac{3\Pi}{2}}$

Nombres complexes

Application à la résolution des équations du second degré

Considérons l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ d'inconnue x avec a, b, c trois nombres réels tels que $a \neq 0$.

1. On calcul le discriminant de l'équation

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

2. Si $\Delta > 0$ l'équation a deux solutions $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.
3. Si $\Delta + 0$ l'équation une seule solution $x_1 = \frac{-b}{2a}$.
4. Si $\Delta < 0$ l'équation a deux solutions $x_1 = \frac{-b-i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.
   Remarque : on a $x_2 = \overline{x_1}$.

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + x + 1 = 0$.

On a $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3$. *Donc,*

$$x_1 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$$

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + 4x + 6 = 0$.

On a $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 6 = 16 - 24 = -8$ *et* $\sqrt{|\Delta|} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. *Donc,*

$$x_1 = \frac{-4 - 2\sqrt{2}i}{2} = -2 - \sqrt{2}i \text{ et } x_2 = \frac{-4 + 2\sqrt{2}i}{2} = -2 + \sqrt{2}i$$

Nombres complexes

Application à la résolution des équations du second degré : exemples

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + x + 1 = 0$.
On a $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3$. *Donc,*

$$x_1 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$$

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + 4x + 6 = 0$.
On a $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 6 = 16 - 24 = -8$ *et* $\sqrt{|\Delta|} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. *Donc,*

$$x_1 = \frac{-4 - 2\sqrt{2}i}{2} = -2 - \sqrt{2}i \text{ et } x_2 = \frac{-4 + 2\sqrt{2}i}{2} = -2 + \sqrt{2}i$$

Nombres complexes

Application à la résolution des équations du second degré : exemples

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + x + 1 = 0$.
On a $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3$. *Donc,*

$$x_1 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$$

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + 4x + 6 = 0$.
On a $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 6 = 16 - 24 = -8$ *et* $\sqrt{|\Delta|} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. *Donc,*

$$x_1 = \frac{-4 - 2\sqrt{2}i}{2} = -2 - \sqrt{2}i \text{ et } x_2 = \frac{-4 + 2\sqrt{2}i}{2} = -2 + \sqrt{2}i$$

Nombres complexes

Application à la résolution des équations du second degré : exemples

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + x + 1 = 0$.
On a $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3$. *Donc,*

$$x_1 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$$

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + 4x + 6 = 0$.
On a $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 6 = 16 - 24 = -8$ *et* $\sqrt{|\Delta|} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. *Donc,*

$$x_1 = \frac{-4 - 2\sqrt{2}i}{2} = -2 - \sqrt{2}i \text{ et } x_2 = \frac{-4 + 2\sqrt{2}i}{2} = -2 + \sqrt{2}i$$

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + x + 1 = 0$.
On a $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3$. *Donc,*

$$x_1 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$$

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + 4x + 6 = 0$.
On a $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 6 = 16 - 24 = -8$ *et* $\sqrt{|\Delta|} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. *Donc,*

$$x_1 = \frac{-4 - 2\sqrt{2}i}{2} = -2 - \sqrt{2}i \text{ et } x_2 = \frac{-4 + 2\sqrt{2}i}{2} = -2 + \sqrt{2}i$$

Nombres complexes

Application à la résolution des équations du second degré : exemples

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + x + 1 = 0$.
On a $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3$. *Donc,*

$$x_1 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$$

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + 4x + 6 = 0$.
On a $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 6 = 16 - 24 = -8$ *et* $\sqrt{|\Delta|} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. *Donc,*

$$x_1 = \frac{-4 - 2\sqrt{2}i}{2} = -2 - \sqrt{2}i \text{ et } x_2 = \frac{-4 + 2\sqrt{2}i}{2} = -2 + \sqrt{2}i$$

Definition

Une fonction polynômiale (réelle) non nulle est une application $P : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de la forme $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ où $a_n, \cdots, a_0$ sont des nombres réels fixés avec $a_n \neq 0$. L' entier n s'appelle le degré du polynôme, noté $d^\circ(P)$, a_0 est le coefficient constant et a_n est le coefficient principal. Par convention la fonction nulle est un polynôme de degré $-\infty$.

Exemple

1. $P(x) = 3x + 2$ *(équation d'une droite).* $d^\circ(P) = 1$, $a_1 = 3$ *et* $a_0 = 2$. *On a* $P(0) = 2\,;\, P(1) = 5\,;\, P(-2) = -4$.
2. $P(x) = 2x^2 - 3x + 5$ *(équation d'une parabole).* $d^\circ(P) = 2$, $a_2 = 2$, $a_1 = -3$ *et* $a_0 = 5$. *On a* $P(0) = 5\,;\, P(1) = 4\,;\, P(-2) = 19$.

Definition

Une fonction polynômiale (réelle) non nulle est une application $P : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de la forme $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ où $a_n, \cdots, a_0$ sont des nombres réels fixés avec $a_n \neq 0$. L' entier n s'appelle le degré du polynôme, noté $d^\circ(P)$, a_0 est le coefficient constant et a_n est le coefficient principal. Par convention la fonction nulle est un polynôme de degré $-\infty$.

Exemple

1. *$P(x) = 3x + 2$ (équation d'une droite). $d^\circ(P) = 1$, $a_1 = 3$ et $a_0 = 2$. On a $P(0) = 2$; $P(1) = 5$; $P(-2) = -4$.*
2. *$P(x) = 2x^2 - 3x + 5$ (équation d'une parabole). $d^\circ(P) = 2$, $a_2 = 2$, $a_1 = -3$ et $a_0 = 5$. On a $P(0) = 5$; $P(1) = 4$; $P(-2) = 19$.*

Polynômes et règle sur les degrés

unicité des coefficients

Proposition

Deux fonctions polynomiales coincident si et seulement si elles ont même degré et mêmes coefficients. Autrement dit si
$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ *et*
$Q(x) = b_m x^n + b_{m-1} x^{m-1} + \cdots + b_1 x + b_0$ *alors*

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R},\ P(x) = Q(x) \iff n = m, a_n = b_n, a_{n-1} = b_{n-1}, \ldots, a_0 = b_0}$$

Proposition

1. *Si* $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ *alors* $P(0) = a_0$.
2. *La somme de deux polynômes est un polynôme et* $d^\circ(P+Q) \leq \max(d^\circ(P), d^\circ(Q))$.
3. *Si* $d^\circ(P) \neq d^\circ(Q)$ *alors* $d^\circ(P+Q) = \max(d^\circ(P), d^\circ(Q))$.
4. *Le produit de deux polynômes est un polynôme et* $d^\circ(P \times Q) = d^\circ(P) + d^\circ(Q)$.

Polynômes et règle sur les degrés

unicité des coefficients

Proposition

Deux fonctions polynomiales coincident si et seulement si elles ont même degré et mêmes coefficients. Autrement dit si
$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ *et*
$Q(x) = b_m x^n + b_{m-1} x^{m-1} + \cdots + b_1 x + b_0$ *alors*

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R},\ P(x) = Q(x) \iff n = m, a_n = b_n, a_{n-1} = b_{n-1}, \ldots, a_0 = b_0}$$

Proposition

1. *Si* $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ *alors* $P(0) = a_0$.
2. *La somme de deux polynômes est un polynôme et* $d^\circ(P+Q) \leq \max(d^\circ(P), d^\circ(Q))$.
3. *Si* $d^\circ(P) \neq d^\circ(Q)$ *alors* $d^\circ(P+Q) = \max(d^\circ(P), d^\circ(Q))$.
4. *Le produit de deux polynômes est un polynôme et* $d^\circ(P \times Q) = d^\circ(P) + d^\circ(Q)$.

Polynômes et règle sur les degrés

unicité des coefficients

Proposition

Deux fonctions polynomiales coincident si et seulement si elles ont même degré et mêmes coefficients. Autrement dit si
$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ *et*
$Q(x) = b_m x^n + b_{m-1}x^{m-1} + \cdots + b_1 x + b_0$ *alors*

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R},\ P(x) = Q(x) \iff n = m, a_n = b_n, a_{n-1} = b_{n-1}, \ldots, a_0 = b_0}$$

Proposition

1. *Si* $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ *alors* $P(0) = a_0$.
2. *La somme de deux polynômes est un polynôme et* $d^\circ(P+Q) \leq \max(d^\circ(P), d^\circ(Q))$.
3. *Si* $d^\circ(P) \neq d^\circ(Q)$ *alors* $d^\circ(P+Q) = \max(d^\circ(P), d^\circ(Q))$.
4. *Le produit de deux polynômes est un polynôme et* $d^\circ(P \times Q) = d^\circ(P) + d^\circ(Q)$.

Polynômes et règle sur les degrés

unicité des coefficients

Proposition

Deux fonctions polynomiales coincident si et seulement si elles ont même degré et mêmes coefficients. Autrement dit si
$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ *et*
$Q(x) = b_m x^n + b_{m-1}x^{m-1} + \cdots + b_1 x + b_0$ *alors*

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R},\ P(x) = Q(x) \iff n = m, a_n = b_n, a_{n-1} = b_{n-1}, \ldots, a_0 = b_0}$$

Proposition

1. *Si* $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ *alors* $P(0) = a_0$.
2. *La somme de deux polynômes est un polynôme et* $d^\circ(P+Q) \leq \max(d^\circ(P), d^\circ(Q))$.
3. *Si* $d^\circ(P) \neq d^\circ(Q)$ *alors* $d^\circ(P+Q) = \max(d^\circ(P), d^\circ(Q))$.
4. *Le produit de deux polynômes est un polynôme et* $d^\circ(P \times Q) = d^\circ(P) + d^\circ(Q)$.

Polynômes

règle sur les degrés : exemples

Exemple

1. $P(X) = 2X^2 + 5X - 1$ *et* $Q(X) = X^3 - X + 3$. *On a* $d^\circ(P) = 2$, $d^\circ(Q) = 3$.
   1. $P(X) + Q(X) = X^3 + 2X^2 + 4X + 2$ *et* $d^\circ(P+Q) = 3 = d^\circ(Q)$.
   2. $P(X)Q(X) = (2X^2 + 5X - 1)(X^3 - X + 3) = 2X^5 + 5X^4 - X^3 + 10X^3 + 25X^2 - 5X - 2X^2 - 5X + 1 = 2X^5 + 5X^4 + 9X^3 + 23X^2 - 10X + 1$*et* $d^\circ(P \times Q) = 5 = 2 + 3$.
2. $P(X) = X^2 + X - 1$ *et* $Q(X) = -X^2 - 2X + 3$. *On a* $d^\circ(P) = 2 = d^\circ(Q) = 2$.
   1. $P(X) + Q(X) = (X^2 + X - 1) + (-X^2 - 2X + 3) = -X + 2$ *et* $d^\circ(P+Q) = 1$.
   2. $P(X)Q(X) = (X^2 + X - 1)(-X^2 - 2X + 3) = -X^4 - X^3 + X^2 - 2X^3 - 2X^2 + 2X + 3X^2 + 3X - 3 = -X^4 - 3X^3 + 2X^2 + 3X - 3$*et* $d^\circ(P \times Q) = 4 = 2 \times 2$.

Polynômes

règle sur les degrés : exemples

Exemple

1. $P(X) = 2X^2 + 5X - 1$ *et* $Q(X) = X^3 - X + 3$. *On a* $d^\circ(P) = 2$, $d^\circ(Q) = 3$.
   1. $P(X) + Q(X) = X^3 + 2X^2 + 4X + 2$ *et* $d^\circ(P + Q) = 3 = d^\circ(Q)$.
   2. $P(X)Q(X) = (2X^2 + 5X - 1)(X^3 - X + 3) = 2X^5 + 5X^4 - X^3 + 10X^3 + 25X^2 - 5X - 2X^2 - 5X + 1 = 2X^5 + 5X^4 + 9X^3 + 23X^2 - 10X + 1$*et* $d^\circ(P \times Q) = 5 = 2 + 3$.
2. $P(X) = X^2 + X - 1$ *et* $Q(X) = -X^2 - 2X + 3$. *On a* $d^\circ(P) = 2 = d^\circ(Q) = 2$.
   1. $P(X) + Q(X) = (X^2 + X - 1) + (-X^2 - 2X + 3) = -X + 2$ *et* $d^\circ(P + Q) = 1$.
   2. $P(X)Q(X) = (X^2 + X - 1)(-X^2 - 2X + 3) = -X^4 - X^3 + X^2 - 2X^3 - 2X^2 + 2X + 3X^2 + 3X - 3 = -X^4 - 3X^3 + 2X^2 + 3X - 3$*et* $d^\circ(P \times Q) = 4 = 2 \times 2$.

Polynômes

règle sur les degrés : exemples

Exemple

1. $P(X) = 2X^2 + 5X - 1$ *et* $Q(X) = X^3 - X + 3$. *On a* $d^\circ(P) = 2$, $d^\circ(Q) = 3$.
   1. $P(X) + Q(X) = X^3 + 2X^2 + 4X + 2$ *et* $d^\circ(P + Q) = 3 = d^\circ(Q)$.
   2. $P(X)Q(X) = (2X^2 + 5X - 1)(X^3 - X + 3) = 2X^5 + 5X^4 - X^3 + 10X^3 + 25X^2 - 5X - 2X^2 - 5X + 1 = 2X^5 + 5X^4 + 9X^3 + 23X^2 - 10X + 1$*et* $d^\circ(P \times Q) = 5 = 2 + 3$.
2. $P(X) = X^2 + X - 1$ *et* $Q(X) = -X^2 - 2X + 3$. *On a* $d^\circ(P) = 2 = d^\circ(Q) = 2$.
   1. $P(X) + Q(X) = (X^2 + X - 1) + (-X^2 - 2X + 3) = -X + 2$ *et* $d^\circ(P + Q) = 1$.
   2. $P(X)Q(X) = (X^2 + X - 1)(-X^2 - 2X + 3) = -X^4 - X^3 + X^2 - 2X^3 - 2X^2 + 2X + 3X^2 + 3X - 3 = -X^4 - 3X^3 + 2X^2 + 3X - 3$*et* $d^\circ(P \times Q) = 4 = 2 \times 2$.

Polynômes

règle sur les degrés : exemples

Exemple

1. $P(X) = 2X^2 + 5X - 1$ et $Q(X) = X^3 - X + 3$. On a $d^\circ(P) = 2$, $d^\circ(Q) = 3$.
   1. $P(X) + Q(X) = X^3 + 2X^2 + 4X + 2$ et $d^\circ(P+Q) = 3 = d^\circ(Q)$.
   2. $P(X)Q(X) = (2X^2 + 5X - 1)(X^3 - X + 3) = 2X^5 + 5X^4 - X^3 + 10X^3 + 25X^2 - 5X - 2X^2 - 5X + 1 = 2X^5 + 5X^4 + 9X^3 + 23X^2 - 10X + 1$et $d^\circ(P \times Q) = 5 = 2 + 3$.
2. $P(X) = X^2 + X - 1$ et $Q(X) = -X^2 - 2X + 3$. On a $d^\circ(P) = 2 = d^\circ(Q) = 2$.
   1. $P(X) + Q(X) = (X^2 + X - 1) + (-X^2 - 2X + 3) = -X + 2$ et $d^\circ(P+Q) = 1$.
   2. $P(X)Q(X) = (X^2 + X - 1)(-X^2 - 2X + 3) = -X^4 - X^3 + X^2 - 2X^3 - 2X^2 + 2X + 3X^2 + 3X - 3 = -X^4 - 3X^3 + 2X^2 + 3X - 3$et $d^\circ(P \times Q) = 4 = 2 \times 2$.

Polynômes

règle sur les degrés : exemples

Exemple

1. $P(X) = 2X^2 + 5X - 1$ *et* $Q(X) = X^3 - X + 3$. *On a* $d^\circ(P) = 2$, $d^\circ(Q) = 3$.
   1. $P(X) + Q(X) = X^3 + 2X^2 + 4X + 2$ *et* $d^\circ(P + Q) = 3 = d^\circ(Q)$.
   2. $P(X)Q(X) = (2X^2 + 5X - 1)(X^3 - X + 3) = 2X^5 + 5X^4 - X^3 + 10X^3 + 25X^2 - 5X - 2X^2 - 5X + 1 = 2X^5 + 5X^4 + 9X^3 + 23X^2 - 10X + 1$*et* $d^\circ(P \times Q) = 5 = 2 + 3$.
2. $P(X) = X^2 + X - 1$ *et* $Q(X) = -X^2 - 2X + 3$. *On a* $d^\circ(P) = 2 = d^\circ(Q) = 2$.
   1. $P(X) + Q(X) = (X^2 + X - 1) + (-X^2 - 2X + 3) = -X + 2$ *et* $d^\circ(P + Q) = 1$.
   2. $P(X)Q(X) = (X^2 + X - 1)(-X^2 - 2X + 3) = -X^4 - X^3 + X^2 - 2X^3 - 2X^2 + 2X + 3X^2 + 3X - 3 = -X^4 - 3X^3 + 2X^2 + 3X - 3$*et* $d^\circ(P \times Q) = 4 = 2 \times 2$.

Polynômes

règle sur les degrés : exemples

Exemple

1. $P(X) = 2X^2 + 5X - 1$ *et* $Q(X) = X^3 - X + 3$. *On a* $d^\circ(P) = 2$, $d^\circ(Q) = 3$.
   1. $P(X) + Q(X) = X^3 + 2X^2 + 4X + 2$ *et* $d^\circ(P+Q) = 3 = d^\circ(Q)$.
   2. $P(X)Q(X) = (2X^2 + 5X - 1)(X^3 - X + 3) = 2X^5 + 5X^4 - X^3 + 10X^3 + 25X^2 - 5X - 2X^2 - 5X + 1 = 2X^5 + 5X^4 + 9X^3 + 23X^2 - 10X + 1$*et* $d^\circ(P \times Q) = 5 = 2 + 3$.
2. $P(X) = X^2 + X - 1$ *et* $Q(X) = -X^2 - 2X + 3$. *On a* $d^\circ(P) = 2 = d^\circ(Q) = 2$.
   1. $P(X) + Q(X) = (X^2 + X - 1) + (-X^2 - 2X + 3) = -X + 2$ *et* $d^\circ(P+Q) = 1$.
   2. $P(X)Q(X) = (X^2 + X - 1)(-X^2 - 2X + 3) = -X^4 - X^3 + X^2 - 2X^3 - 2X^2 + 2X + 3X^2 + 3X - 3 = -X^4 - 3X^3 + 2X^2 + 3X - 3$*et* $d^\circ(P \times Q) = 4 = 2 \times 2$.

Polynômes

règle sur les degrés : exemples

Exemple

1. $P(X) = 2X^2 + 5X - 1$ *et* $Q(X) = X^3 - X + 3$. *On a* $d^\circ(P) = 2$, $d^\circ(Q) = 3$.
   1. $P(X) + Q(X) = X^3 + 2X^2 + 4X + 2$ *et* $d^\circ(P + Q) = 3 = d^\circ(Q)$.
   2. $P(X)Q(X) = (2X^2 + 5X - 1)(X^3 - X + 3) = 2X^5 + 5X^4 - X^3 + 10X^3 + 25X^2 - 5X - 2X^2 - 5X + 1 = 2X^5 + 5X^4 + 9X^3 + 23X^2 - 10X + 1$*et* $d^\circ(P \times Q) = 5 = 2 + 3$.
2. $P(X) = X^2 + X - 1$ *et* $Q(X) = -X^2 - 2X + 3$. *On a* $d^\circ(P) = 2 = d^\circ(Q) = 2$.
   1. $P(X) + Q(X) = (X^2 + X - 1) + (-X^2 - 2X + 3) = -X + 2$ *et* $d^\circ(P + Q) = 1$.
   2. $P(X)Q(X) = (X^2 + X - 1)(-X^2 - 2X + 3) = -X^4 - X^3 + X^2 - 2X^3 - 2X^2 + 2X + 3X^2 + 3X - 3 = -X^4 - 3X^3 + 2X^2 + 3X - 3$*et* $d^\circ(P \times Q) = 4 = 2 \times 2$.

Polynômes

règle sur les degrés : exemples

Exemple

1. $P(X) = 2X^2 + 5X - 1$ *et* $Q(X) = X^3 - X + 3$. *On a* $d^\circ(P) = 2$, $d^\circ(Q) = 3$.
   1. $P(X) + Q(X) = X^3 + 2X^2 + 4X + 2$ *et* $d^\circ(P + Q) = 3 = d^\circ(Q)$.
   2. $P(X)Q(X) = (2X^2 + 5X - 1)(X^3 - X + 3) = 2X^5 + 5X^4 - X^3 + 10X^3 + 25X^2 - 5X - 2X^2 - 5X + 1 = 2X^5 + 5X^4 + 9X^3 + 23X^2 - 10X + 1$*et* $d^\circ(P \times Q) = 5 = 2 + 3$.
2. $P(X) = X^2 + X - 1$ *et* $Q(X) = -X^2 - 2X + 3$. *On a* $d^\circ(P) = 2 = d^\circ(Q) = 2$.
   1. $P(X) + Q(X) = (X^2 + X - 1) + (-X^2 - 2X + 3) = -X + 2$ *et* $d^\circ(P + Q) = 1$.
   2. $P(X)Q(X) = (X^2 + X - 1)(-X^2 - 2X + 3) = -X^4 - X^3 + X^2 - 2X^3 - 2X^2 + 2X + 3X^2 + 3X - 3 = -X^4 - 3X^3 + 2X^2 + 3X - 3$*et* $d^\circ(P \times Q) = 4 = 2 \times 2$.

Polynômes

Dérivé d'une fonction monômiale

Proposition

1. *Toute fonction polynômiale est dérivable sur* $\mathbb{R}$ *;*
2. *Dérivée d'une fonction monomiale :*

$$\boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

Exemple

1. $n = 0$; $P(x) = 0 = x^0$; *on a* $P'(x) = 0$;
2. $n = 1$; $P(x) = x$; *on a* $P'(x) = 1 \times x^{1-1} = 1$;
3. $n = 2$; $P(x) = x^2$; *on a* $P'(x) = 2 \times x^{2-1} = 2x$;
4. $n = 3$; $P(x) = x^3$; *on a* $P'(x) = 3 \times x^{3-1} = 3x^2$.

Polynômes

Dérivé d'une fonction monômiale

Proposition

1. *Toute fonction polynômiale est dérivable sur* $\mathbb{R}$ *;*
2. *Dérivée d'une fonction monomiale :*

$$\boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

Exemple

1. $n = 0$; $P(x) = 0 = x^0$; *on a* $P'(x) = 0$;
2. $n = 1$; $P(x) = x$; *on a* $P'(x) = 1 \times x^{1-1} = 1$;
3. $n = 2$; $P(x) = x^2$; *on a* $P'(x) = 2 \times x^{2-1} = 2x$;
4. $n = 3$; $P(x) = x^3$; *on a* $P'(x) = 3 \times x^{3-1} = 3x^2$.

Polynômes

Dérivé d'une fonction monômiale

Proposition

1. *Toute fonction polynômiale est dérivable sur* $\mathbb{R}$ *;*
2. *Dérivée d'une fonction monomiale :*

$$\boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

Exemple

1. $n = 0$; $P(x) = 0 = x^0$; *on a* $P'(x) = 0$;
2. $n = 1$; $P(x) = x$; *on a* $P'(x) = 1 \times x^{1-1} = 1$;
3. $n = 2$; $P(x) = x^2$; *on a* $P'(x) = 2 \times x^{2-1} = 2x$;
4. $n = 3$; $P(x) = x^3$; *on a* $P'(x) = 3 \times x^{3-1} = 3x^2$.

Proposition

1. *Toute fonction polynômiale est dérivable sur* $\mathbb{R}$ *;*
2. *Dérivée d'une fonction monomiale :*

$$\boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

Exemple

1. $n = 0$; $P(x) = 0 = x^0$; on a $P'(x) = 0$;
2. $n = 1$; $P(x) = x$; on a $P'(x) = 1 \times x^{1-1} = 1$;
3. $n = 2$; $P(x) = x^2$; on a $P'(x) = 2 \times x^{2-1} = 2x$;
4. $n = 3$; $P(x) = x^3$; on a $P'(x) = 3 \times x^{3-1} = 3x^2$.

Polynômes

Dérivé d'une fonction monômiale

Proposition

1. *Toute fonction polynômiale est dérivable sur* $\mathbb{R}$ *;*
2. *Dérivée d'une fonction monomiale :*

$$\boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

Exemple

1. $n = 0$; $P(x) = 0 = x^0$; *on a* $P'(x) = 0$;
2. $n = 1$; $P(x) = x$; *on a* $P'(x) = 1 \times x^{1-1} = 1$;
3. $n = 2$; $P(x) = x^2$; *on a* $P'(x) = 2 \times x^{2-1} = 2x$;
4. $n = 3$; $P(x) = x^3$; *on a* $P'(x) = 3 \times x^{3-1} = 3x^2$.

Polynômes

Dérivé d'une fonction monômiale

Proposition

1. *Toute fonction polynômiale est dérivable sur* $\mathbb{R}$ *;*
2. *Dérivée d'une fonction monomiale :*

$$\boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

Exemple

1. $n = 0$; $P(x) = 0 = x^0$; *on a* $P'(x) = 0$;
2. $n = 1$; $P(x) = x$; *on a* $P'(x) = 1 \times x^{1-1} = 1$;
3. $n = 2$; $P(x) = x^2$; *on a* $P'(x) = 2 \times x^{2-1} = 2x$;
4. $n = 3$; $P(x) = x^3$; *on a* $P'(x) = 3 \times x^{3-1} = 3x^2$.

Polynômes

Dérivé d'une fonction polynômiale

Comment calculer la fonction dérivée d'un polynôme ?

Proposition

La dérivée d'une somme est la somme des dérivées :

$$\boxed{(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)}.$$

Exemple (dérivée d'une fonction polynômiale)

$P(X) = 2X^5 - 3X^3 + X^2 - 4X + 1.$

Remarque

La primitive d'un polynôme est un polynôme (il suffit de lire la formule de la dérivée dans l'autre sens).

Polynômes

Dérivé d'une fonction polynômiale

Comment calculer la fonction dérivée d'un polynôme ?

Proposition

La dérivée d'une somme est la somme des dérivées :

$$\boxed{(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)}.$$

Exemple (dérivée d'une fonction polynômiale)

$P(X) = 2X^5 - 3X^3 + X^2 - 4X + 1.$

$P'(X) =$

Remarque

La primitive d'un polynôme est un polynôme (il suffit de lire la formule de la dérivée dans l'autre sens).

Polynômes

Dérivé d'une fonction polynômiale

Comment calculer la fonction dérivée d'un polynôme ?

Proposition

La dérivée d'une somme est la somme des dérivées :

$$\boxed{(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)}.$$

Exemple (dérivée d'une fonction polynômiale)

$P(X) = 2X^5 - 3X^3 + X^2 - 4X + 1.$
$P'(X) =$

Remarque

La primitive d'un polynôme est un polynôme (il suffit de lire la formule de la dérivée dans l'autre sens).

Polynômes

Dérivé d'une fonction polynômiale

Comment calculer la fonction dérivée d'un polynôme ?

Proposition

La dérivée d'une somme est la somme des dérivées :

$$\boxed{(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)}.$$

Exemple (dérivée d'une fonction polynômiale)

$P(X) = 2X^5 - 3X^3 + X^2 - 4X + 1.$
$P'(X) = 10X^4$

Remarque

La primitive d'un polynôme est un polynôme (il suffit de lire la formule de la dérivée dans l'autre sens).

Polynômes

Dérivé d'une fonction polynômiale

Comment calculer la fonction dérivée d'un polynôme ?

Proposition

La dérivée d'une somme est la somme des dérivées :

$$\boxed{(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)}.$$

Exemple (dérivée d'une fonction polynômiale)

$P(X) = 2X^5 - 3X^3 + X^2 - 4X + 1.$
$P'(X) = 10X^4$

Remarque

La primitive d'un polynôme est un polynôme (il suffit de lire la formule de la dérivée dans l'autre sens).

Polynômes

Dérivé d'une fonction polynômiale

Comment calculer la fonction dérivée d'un polynôme ?

Proposition

La dérivée d'une somme est la somme des dérivées :

$$\boxed{(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)}.$$

Exemple (dérivée d'une fonction polynômiale)

$P(X) = 2X^5 - 3X^3 + X^2 - 4X + 1.$
$P'(X) = 10X^4 - 9X^2$

Remarque

La primitive d'un polynôme est un polynôme (il suffit de lire la formule de la dérivée dans l'autre sens).

Polynômes

Dérivé d'une fonction polynômiale

Comment calculer la fonction dérivée d'un polynôme ?

Proposition

La dérivée d'une somme est la somme des dérivées :

$$\boxed{(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)}.$$

Exemple (dérivée d'une fonction polynômiale)

$P(X) = 2X^5 - 3X^3 + X^2 - 4X + 1.$
$P'(X) = 10X^4 - 9X^2$

Remarque

La primitive d'un polynôme est un polynôme (il suffit de lire la formule de la dérivée dans l'autre sens).

Comment calculer la fonction dérivée d'un polynôme ?

Proposition

La dérivée d'une somme est la somme des dérivées :

$$\boxed{(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)}.$$

Exemple (dérivée d'une fonction polynômiale)

$P(X) = 2X^5 - 3X^3 + X^2 - 4X + 1.$
$P'(X) = 10X^4 - 9X^2 + 2X$

Remarque

La primitive d'un polynôme est un polynôme (il suffit de lire la formule de la dérivée dans l'autre sens).

Polynômes

Dérivé d'une fonction polynômiale

Comment calculer la fonction dérivée d'un polynôme ?

Proposition

La dérivée d'une somme est la somme des dérivées :

$$\boxed{(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)}.$$

Exemple (dérivée d'une fonction polynômiale)

$P(X) = 2X^5 - 3X^3 + X^2 - 4X + 1.$
$P'(X) = 10X^4 - 9X^2 + 2X$

Remarque

La primitive d'un polynôme est un polynôme (il suffit de lire la formule de la dérivée dans l'autre sens).

Comment calculer la fonction dérivée d'un polynôme ?

Proposition

La dérivée d'une somme est la somme des dérivées :

$$\boxed{(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)}.$$

Exemple (dérivée d'une fonction polynômiale)

$P(X) = 2X^5 - 3X^3 + X^2 - 4X + 1.$
$P'(X) = 10X^4 - 9X^2 + 2X - 4$

Remarque

La primitive d'un polynôme est un polynôme (il suffit de lire la formule de la dérivée dans l'autre sens).

Polynômes

Dérivé d'une fonction polynômiale

Comment calculer la fonction dérivée d'un polynôme ?

Proposition

La dérivée d'une somme est la somme des dérivées :

$$\boxed{(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)}.$$

Exemple (dérivée d'une fonction polynômiale)

$P(X) = 2X^5 - 3X^3 + X^2 - 4X + 1.$
$P'(X) = 10X^4 - 9X^2 + 2X - 4$

Remarque

La primitive d'un polynôme est un polynôme (il suffit de lire la formule de la dérivée dans l'autre sens).

Polynômes

Tableau de variations de x^n avec $n = 2p$(cas pair). $(x_{2p})' = 2px^{2p-1} = 2px(x^{p-1})^2$

X	$-\infty$		0		$+\infty$
P'(X)		$-$	0	$+$	
P(X)	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

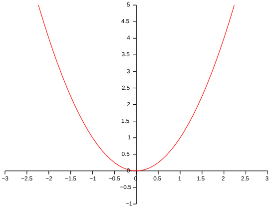


FIGURE : Courbe de $y = x^2$

Polynômes

Tableau de variations de x^n avec $n = 2p + 1$ (cas impair). $(x_{2p+1})' = (2p+1)x^{2p}$

X	$-\infty$		0		$+\infty$
P'(X)		$+$	0	$+$	
P(X)	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

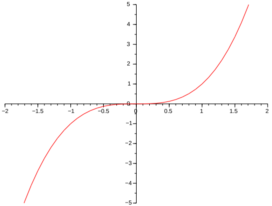
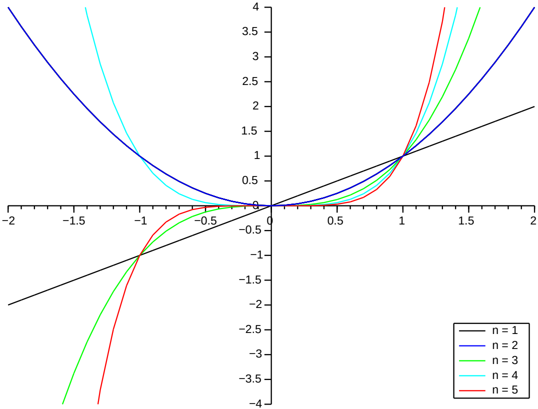


FIGURE : Courbe de $y = x^3$

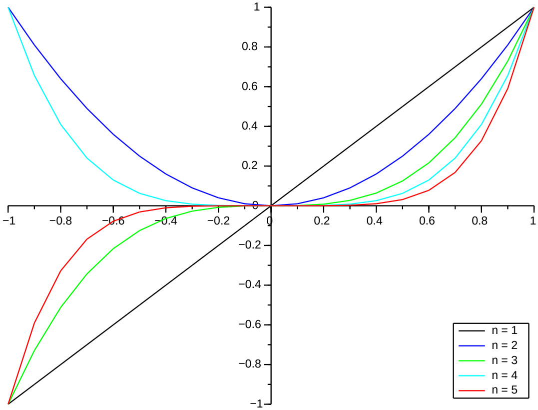
Polynômes

Représentation graphique des fonctions monomiales



Polynômes

Représentation graphique des fonctions monomiales



Polynômes

Représentation graphique d'un polynômes de degré 5

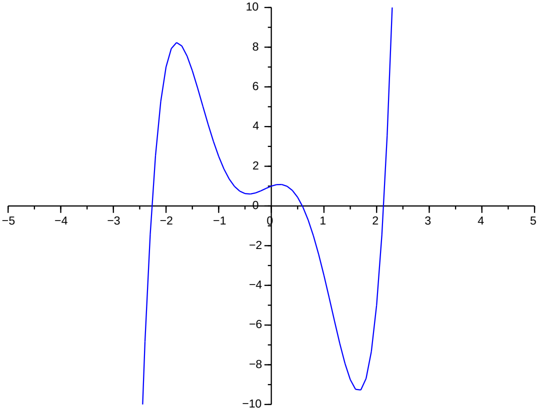


FIGURE : $X^5 + \frac{1}{2}X^4 - 5X^3 - 2X^2 + X + 1$

Proposition

Soit α *un nombre réel et* P *un polynôme tel que* $P(\alpha) = 0$*. Alors le polynôme* P *se factorise par* $(X - \alpha)$ *:*
Il existe un polynôme Q *tel que* $\boxed{P(X) = (X - \alpha)Q(X)}$ *avec* $d^\circ(Q) = d^\circ(P) - 1$*.*

Exemple

Soit $P(X) = X^3 - X^2 + X - 1$*. On a* $P(1) = 1 - 1 + 1 - 1 = 0$*. On peut voir que*

$$P(X) = X^2(X-1) + X - 1 = (X-1)(X^2+1)$$

Polynômes

Factorisation d'un polynôme : comment la trouver ?

Question

Comment faire en pratique pour trouver la factorisation d'un polynôme ?

Réponse : on peut utiliser la division euclidienne ou bien utiliser l'unicité des coefficients et résoudre un système.

Exemple (division euclidienne)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$. *On a* $P(3) = 27 - 9 - 21 + 3 = 0$ *et* $P(X) = (X - 3)Q(X)$.

Polynômes

Factorisation d'un polynôme : comment la trouver ?

Question

Comment faire en pratique pour trouver la factorisation d'un polynôme ?

Réponse : on peut utiliser la division euclidienne ou bien utiliser l'unicité des coefficients et résoudre un système.

Exemple (division euclidienne)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$. *On a* $P(3) = 27 - 9 - 21 + 3 = 0$ *et* $P(X) = (X-3)Q(X)$.

Polynômes

Factorisation d'un polynôme : comment la trouver ?

Question

Comment faire en pratique pour trouver la factorisation d'un polynôme ?

Réponse : on peut utiliser la division euclidienne ou bien utiliser l'unicité des coefficients et résoudre un système.

Exemple (division euclidienne)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$. *On a* $P(3) = 27 - 9 - 21 + 3 = 0$ *et* $P(X) = (X - 3)Q(X)$.

$$\begin{array}{cccc|l} X^3 & -X^2 & -7X & +3 & X-3 \\ \hline \end{array}$$

Polynômes

Question

Comment faire en pratique pour trouver la factorisation d'un polynôme ?

Réponse : on peut utiliser la division euclidienne ou bien utiliser l'unicité des coefficients et résoudre un système.

Exemple (division euclidienne)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$*. On a* $P(3) = 27 - 9 - 21 + 3 = 0$ *et* $P(X) = (X-3)Q(X)$*.*

$$\begin{array}{rrrrr|l} & X^3 & -X^2 & -7X & +3 & X-3 \\ \cline{6-6} - & (X^3 & -3X^2) & & & X^2 \\ \cline{1-5} \end{array}$$

Question

Comment faire en pratique pour trouver la factorisation d'un polynôme ?

Réponse : on peut utiliser la division euclidienne ou bien utiliser l'unicité des coefficients et résoudre un système.

Exemple (division euclidienne)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$. *On a* $P(3) = 27 - 9 - 21 + 3 = 0$ *et* $P(X) = (X-3)Q(X)$.

$$
\begin{array}{cccccc|l}
 & X^3 & -X^2 & -7X & +3 & & X-3 \\
\cline{7-7}
- & (X^3 & -3X^2) & & & & X^2 \\
\hline
 & & 2X^2 & -7X & +3 & &
\end{array}
$$

Polynômes

Factorisation d'un polynôme : comment la trouver ?

Question

Comment faire en pratique pour trouver la factorisation d'un polynôme ?

Réponse : on peut utiliser la division euclidienne ou bien utiliser l'unicité des coefficients et résoudre un système.

Exemple (division euclidienne)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$*. On a* $P(3) = 27 - 9 - 21 + 3 = 0$ *et* $P(X) = (X-3)Q(X)$*.*

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
 & X^3 & -X^2 & -7X & +3 & X-3 \\
\cline{6-6}
- & (X^3 & -3X^2) & & & X^2+2X \\
\cline{1-5}
 & & 2X^2 & -7X & +3 & \\
- & & (2X^2 & -6X) & & \\
\cline{1-5}
\end{array}
$$

Polynômes

Factorisation d'un polynôme : comment la trouver ?

Question

Comment faire en pratique pour trouver la factorisation d'un polynôme ?

Réponse : on peut utiliser la division euclidienne ou bien utiliser l'unicité des coefficients et résoudre un système.

Exemple (division euclidienne)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$. *On a* $P(3) = 27 - 9 - 21 + 3 = 0$ *et* $P(X) = (X-3)Q(X)$.

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
 & X^3 & -X^2 & -7X & +3 & X-3 \\
\cline{6-6}
- & (X^3 & -3X^2) & & & X^2+2X \\
\hline
 & & 2X^2 & -7X & +3 & \\
- & & (2X^2 & -6X) & & \\
\hline
 & & & -X & +3 & \\
 & & & & & \\
\hline
\end{array}
$$

Polynômes

Factorisation d'un polynôme : comment la trouver ?

Question

Comment faire en pratique pour trouver la factorisation d'un polynôme ?

Réponse : on peut utiliser la division euclidienne ou bien utiliser l'unicité des coefficients et résoudre un système.

Exemple (division euclidienne)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$. *On a* $P(3) = 27 - 9 - 21 + 3 = 0$ *et* $P(X) = (X-3)Q(X)$.

$$
\begin{array}{ccccc|c}
 & X^3 & -X^2 & -7X & +3 & X-3 \\
- & (X^3 & -3X^2) & & & \overline{X^2+2X-1} \\
\hline
 & & 2X^2 & -7X & +3 & \\
- & & (2X^2 & -6X) & & \\
\hline
 & & & -X & +3 & \\
- & & & (-X & +3) & \\
\hline
 & & & & 0 &
\end{array}
$$

Polynômes

Factorisation d'un polynôme : comment la trouver ?

Exemple (unicité des coefficients)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$. *On a* $P(3) = 0$ *et* $P(X) = (X-3)Q(X)$ *avec*

$$d^\circ(Q) = d^\circ(P) - 1 = 2$$

Posons $Q(X) = aX^2 + bX + c$ *avec* $a, b, c \in \mathbb{R}$.

$$P(X) = (X-3)(aX^2 + bX + c) = aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c$$

Donc, $aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c = X^3 - X^2 - 7X + 3$,

$$\left\{\begin{array}{rrrcr} a & & & = & 1 \\ -3a & +b & & = & -1 \\ & -3b & c & = & -7 \\ & & -3c & = & 3 \end{array}\right. \quad et \quad \left\{\begin{array}{rcr} a & = & 1 \\ b & = & 2 \\ c & = & -1 \end{array}\right.$$

Donc $Q(X) = X^2 + 2X - 1$.

Polynômes

Factorisation d'un polynôme : comment la trouver ?

Exemple (unicité des coefficients)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$. *On a* $P(3) = 0$ *et* $P(X) = (X-3)Q(X)$ *avec*

$$d^\circ(Q) = d^\circ(P) - 1 = 2$$

Posons $Q(X) = aX^2 + bX + c$ *avec* $a, b, c \in \mathbb{R}$.

$$P(X) = (X-3)(aX^2 + bX + c) = aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c$$

Donc, $aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c = X^3 - X^2 - 7X + 3$,

$$\left\{\begin{array}{rrrcr} a & & & = & 1 \\ -3a & +b & & = & -1 \\ & -3b & c & = & -7 \\ & & -3c & = & 3 \end{array}\right. \quad et \quad \left\{\begin{array}{rcr} a & = & 1 \\ b & = & 2 \\ c & = & -1 \end{array}\right.$$

Donc $Q(X) = X^2 + 2X - 1$.

Polynômes

Factorisation d'un polynôme : comment la trouver ?

Exemple (unicité des coefficients)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$. *On a* $P(3) = 0$ *et* $P(X) = (X-3)Q(X)$ *avec*

$$d^\circ(Q) = d^\circ(P) - 1 = 2$$

Posons $Q(X) = aX^2 + bX + c$ *avec* $a, b, c \in \mathbb{R}$.

$$P(X) = (X-3)(aX^2 + bX + c) = aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c$$

Donc, $aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c = X^3 - X^2 - 7X + 3$,

$$\left\{\begin{array}{rrrrr} a & & & = & 1 \\ -3a & +b & & = & -1 \\ & -3b & c & = & -7 \\ & & -3c & = & 3 \end{array}\right. \quad et \quad \left\{\begin{array}{rcr} a & = & 1 \\ b & = & 2 \\ c & = & -1 \end{array}\right.$$

Donc $Q(X) = X^2 + 2X - 1$.

Polynômes

Factorisation d'un polynôme : comment la trouver ?

Exemple (unicité des coefficients)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$. *On a* $P(3) = 0$ *et* $P(X) = (X-3)Q(X)$ *avec*

$$d^\circ(Q) = d^\circ(P) - 1 = 2$$

Posons $Q(X) = aX^2 + bX + c$ *avec* $a, b, c \in \mathbb{R}$.

$$P(X) = (X-3)(aX^2 + bX + c) = aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c$$

Donc, $aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c = X^3 - X^2 - 7X + 3$,

$$\left\{\begin{array}{rrrrr} a & & & = & 1 \\ -3a & +b & & = & -1 \\ & -3b & c & = & -7 \\ & & -3c & = & 3 \end{array}\right. \quad et \quad \left\{\begin{array}{rcr} a & = & 1 \\ b & = & 2 \\ c & = & -1 \end{array}\right.$$

Donc $Q(X) = X^2 + 2X - 1$.

Exemple (unicité des coefficients)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$. *On a* $P(3) = 0$ *et* $P(X) = (X-3)Q(X)$ *avec*

$$d^\circ(Q) = d^\circ(P) - 1 = 2$$

Posons $Q(X) = aX^2 + bX + c$ *avec* $a, b, c \in \mathbb{R}$.

$$P(X) = (X-3)(aX^2+bX+c) = aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c$$

Donc, $aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c = X^3 - X^2 - 7X + 3$,

$$\left\{\begin{array}{rrrcr} a & & & = & 1 \\ -3a & +b & & = & -1 \\ & -3b & c & = & -7 \\ & & -3c & = & 3 \end{array}\right. \quad et \quad \left\{\begin{array}{rcr} a & = & 1 \\ b & = & 2 \\ c & = & -1 \end{array}\right.$$

Donc $Q(X) = X^2 + 2X - 1$.

Polynômes

Factorisation d'un polynôme : comment la trouver ?

Exemple (unicité des coefficients)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$. *On a* $P(3) = 0$ *et* $P(X) = (X-3)Q(X)$ *avec*

$$d^\circ(Q) = d^\circ(P) - 1 = 2$$

Posons $Q(X) = aX^2 + bX + c$ *avec* $a, b, c \in \mathbb{R}$.

$$P(X) = (X-3)(aX^2 + bX + c) = aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c$$

Donc, $aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c = X^3 - X^2 - 7X + 3$,

$$\left\{\begin{array}{rrrcr} a & & & = & 1 \\ -3a & +b & & = & -1 \\ & -3b & c & = & -7 \\ & & -3c & = & 3 \end{array}\right. \quad et \quad \left\{\begin{array}{rcr} a & = & 1 \\ b & = & 2 \\ c & = & -1 \end{array}\right.$$

Donc $Q(X) = X^2 + 2X - 1$.

Exemple (unicité des coefficients)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$. *On a* $P(3) = 0$ *et* $P(X) = (X-3)Q(X)$ *avec*

$$d^\circ(Q) = d^\circ(P) - 1 = 2$$

Posons $Q(X) = aX^2 + bX + c$ *avec* $a, b, c \in \mathbb{R}$.

$$P(X) = (X-3)(aX^2 + bX + c) = aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c$$

Donc, $aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c = X^3 - X^2 - 7X + 3$,

$$\left\{\begin{array}{rrrcr} a & & & = & 1 \\ -3a & +b & & = & -1 \\ & -3b & c & = & -7 \\ & & -3c & = & 3 \end{array}\right. \quad et \quad \left\{\begin{array}{rcr} a & = & 1 \\ b & = & 2 \\ c & = & -1 \end{array}\right.$$

Donc $Q(X) = X^2 + 2X - 1$.

Polynômes

Factorisation d'un polynôme : comment la trouver ?

Exemple (unicité des coefficients)

Soit $P(x) = X^3 - X^2 - 7X + 3$*. On a* $P(3) = 0$ *et* $P(X) = (X-3)Q(X)$ *avec*

$$d^\circ(Q) = d^\circ(P) - 1 = 2$$

Posons $Q(X) = aX^2 + bX + c$ *avec* $a, b, c \in \mathbb{R}$.

$$P(X) = (X-3)(aX^2 + bX + c) = aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c$$

Donc, $aX^3 + (-3a+b)X^2 + (c-3b)X - 3c = X^3 - X^2 - 7X + 3$,

$$\left\{\begin{array}{rrrcr} a & & & = & 1 \\ -3a & +b & & = & -1 \\ & -3b & c & = & -7 \\ & & -3c & = & 3 \end{array}\right. \quad et \quad \left\{\begin{array}{rcr} a & = & 1 \\ b & = & 2 \\ c & = & -1 \end{array}\right.$$

Donc $Q(X) = X^2 + 2X - 1$.

Fractions rationnelles

Definition

1. Une fraction rationnelle (réelle) non nulle est une application $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de la forme $F(x) = \frac{P(X)}{Q(X)}$ avec $P(X)$ et $Q(X)$ deux polynômes réels tels que Q est un polynôme non nul.
2. Le domaine de définition $\mathcal{D}_F$ de F est l'ensemble des nombres réels tels que $Q(X) \neq 0$.
3. Le degré de la fraction F, noté $d^\circ(F)$, est l'entier $d^\circ(P) - d^\circ(Q)$.

Remarque

Une fonction polynômiale $P(X)$ est une fraction rationnelle : $Q(X) = 1$.

Exemple

1. $F(X) = \frac{3X^3 - 2X + 1}{(X-1)(X+1)}$; $\mathcal{D}_F = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$; $d^\circ(F) = 3 - 2 = 1$.
2. $F(X) = \frac{3X^2 - 2X + 1}{(X^2+1)(X-2)}$; $\mathcal{D}_F = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $d^\circ(F) = 2 - 3 = -1$.

Fractions rationnelles

Definition

1. Une fraction rationnelle (réelle) non nulle est une application $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de la forme $F(x) = \frac{P(X)}{Q(X)}$ avec $P(X)$ et $Q(X)$ deux polynômes réels tels que Q est un polynôme non nul.
2. Le domaine de définition $\mathcal{D}_F$ de F est l'ensemble des nombres réels tels que $Q(X) \neq 0$.
3. Le degré de la fraction F, noté $d^\circ(F)$, est l'entier $d^\circ(P) - d^\circ(Q)$.

Remarque

Une fonction polynômiale $P(X)$ est une fraction rationnelle : $Q(X) = 1$.

Exemple

1. $F(X) = \frac{3X^3-2X+1}{(X-1)(X+1)}$; $\mathcal{D}_F = \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$; $d^\circ(F) = 3-2 = 1$.
2. $F(X) = \frac{3X^2-2X+1}{(X^2+1)(X-2)}$; $\mathcal{D}_F = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $d^\circ(F) = 2-3 = -1$.

Fractions rationnelles

Definition

1. Une fraction rationnelle (réelle) non nulle est une application $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de la forme $F(x) = \frac{P(X)}{Q(X)}$ avec $P(X)$ et $Q(X)$ deux polynômes réels tels que Q est un polynôme non nul.
2. Le domaine de définition $\mathcal{D}_F$ de F est l'ensemble des nombres réels tels que $Q(X) \neq 0$.
3. Le degré de la fraction F, noté $d^\circ(F)$, est l'entier $d^\circ(P) - d^\circ(Q)$.

Remarque

Une fonction polynômiale $P(X)$ est une fraction rationnelle : $Q(X) = 1$.

Exemple

1. $F(X) = \frac{3X^3 - 2X + 1}{(X-1)(X+1)}$; $\mathcal{D}_F = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$; $d^\circ(F) = 3 - 2 = 1$.
2. $F(X) = \frac{3X^2 - 2X + 1}{(X^2+1)(X-2)}$; $\mathcal{D}_F = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $d^\circ(F) = 2 - 3 = -1$.

Fractions rationnelles

Definition

1. Une fraction rationnelle (réelle) non nulle est une application $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de la forme $F(x) = \frac{P(X)}{Q(X)}$ avec $P(X)$ et $Q(X)$ deux polynômes réels tels que Q est un polynôme non nul.
2. Le domaine de définition $\mathcal{D}_F$ de F est l'ensemble des nombres réels tels que $Q(X) \neq 0$.
3. Le degré de la fraction F, noté $d^\circ(F)$, est l'entier $d^\circ(P) - d^\circ(Q)$.

Remarque

Une fonction polynômiale $P(X)$ est une fraction rationnelle : $Q(X) = 1$.

Exemple

1. $F(X) = \frac{3X^3-2X+1}{(X-1)(X+1)}$; $\mathcal{D}_F = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$; $d^\circ(F) = 3 - 2 = 1$.
2. $F(X) = \frac{3X^2-2X+1}{(X^2+1)(X-2)}$; $\mathcal{D}_F = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $d^\circ(F) = 2 - 3 = -1$.

Fractions rationnelles

Definition

1. Une fraction rationnelle (réelle) non nulle est une application $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de la forme $F(x) = \frac{P(X)}{Q(X)}$ avec $P(X)$ et $Q(X)$ deux polynômes réels tels que Q est un polynôme non nul.
2. Le domaine de définition $\mathcal{D}_F$ de F est l'ensemble des nombres réels tels que $Q(X) \neq 0$.
3. Le degré de la fraction F, noté $d^\circ(F)$, est l'entier $d^\circ(P) - d^\circ(Q)$.

Remarque

Une fonction polynômiale $P(X)$ est une fraction rationnelle : $Q(X) = 1$.

Exemple

1. $F(X) = \frac{3X^3-2X+1}{(X-1)(X+1)}$; $\mathcal{D}_F = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$; $d^\circ(F) = 3 - 2 = 1$.
2. $F(X) = \frac{3X^2-2X+1}{(X^2+1)(X-2)}$; $\mathcal{D}_F = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $d^\circ(F) = 2 - 3 = -1$.

Fractions rationnelles

Definition

1. Une fraction rationnelle (réelle) non nulle est une application $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de la forme $F(x) = \frac{P(X)}{Q(X)}$ avec $P(X)$ et $Q(X)$ deux polynômes réels tels que Q est un polynôme non nul.
2. Le domaine de définition $\mathcal{D}_F$ de F est l'ensemble des nombres réels tels que $Q(X) \neq 0$.
3. Le degré de la fraction F, noté $d^\circ(F)$, est l'entier $d^\circ(P) - d^\circ(Q)$.

Remarque

Une fonction polynômiale $P(X)$ est une fraction rationnelle : $Q(X) = 1$.

Exemple

1. $F(X) = \frac{3X^3-2X+1}{(X-1)(X+1)}$; $\mathcal{D}_F = \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$; $d^\circ(F) = 3 - 2 = 1$.
2. $F(X) = \frac{3X^2-2X+1}{(X^2+1)(X-2)}$; $\mathcal{D}_F = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $d^\circ(F) = 2 - 3 = -1$.

Fractions rationnelles

Proposition

La somme et le produit de deux fractions rationnelles sont des fractions rationnelles.

Exemple

Soit $F(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)}$ *et* $G(X) = \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)}$ *alors*

Fractions rationnelles

Proposition

La somme et le produit de deux fractions rationnelles sont des fractions rationnelles.

Exemple

Soit $F(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)}$ *et* $G(X) = \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)}$ *alors*

Fractions rationnelles

Proposition

La somme et le produit de deux fractions rationnelles sont des fractions rationnelles.

Exemple

Soit $F(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)}$ *et* $G(X) = \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)}$ *alors*

Fractions rationnelles

Proposition

La somme et le produit de deux fractions rationnelles sont des fractions rationnelles.

Exemple

Soit $F(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)}$ *et* $G(X) = \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)}$ *alors*

Fractions rationnelles

Proposition

La somme et le produit de deux fractions rationnelles sont des fractions rationnelles.

Exemple

Soit $F(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)}$ *et* $G(X) = \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)}$ *alors*
$F(X) + G(X) =$

Fractions rationnelles

Proposition

La somme et le produit de deux fractions rationnelles sont des fractions rationnelles.

Exemple

Soit $F(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)}$ *et* $G(X) = \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)}$ *alors*
$F(X) + G(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)} + \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)}$.

Fractions rationnelles

Proposition

La somme et le produit de deux fractions rationnelles sont des fractions rationnelles.

Exemple

Soit $F(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)}$ *et* $G(X) = \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)}$ *alors*
$F(X)+G(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)} + \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)} = \frac{(X^2-1)(X+2)}{(X^2-4)(X-3)} + \frac{(X^2+X+1)(X-3)}{(X^2-4)(X-3)}$.

Fractions rationnelles

Proposition

La somme et le produit de deux fractions rationnelles sont des fractions rationnelles.

Exemple

Soit $F(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)}$ *et* $G(X) = \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)}$ *alors*
$F(X) + G(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)} + \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)} = \frac{(X^2-1)(X+2)}{(X^2-4)(X-3)} + \frac{(X^2+X+1)(X-3)}{(X^2-4)(X-3)} = \frac{(X^2-1)(X+2)+(X^2+X+1)(X-3)}{(X^2-4)(X-3)}.$

Fractions rationnelles

Proposition

La somme et le produit de deux fractions rationnelles sont des fractions rationnelles.

Exemple

Soit $F(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)}$ *et* $G(X) = \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)}$ *alors*
$F(X) + G(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)} + \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)} = \frac{(X^2-1)(X+2)}{(X^2-4)(X-3)} + \frac{(X^2+X+1)(X-3)}{(X^2-4)(X-3)} = \frac{(X^2-1)(X+2)+(X^2+X+1)(X-3)}{(X^2-4)(X-3)} = \frac{2X^3-3X-1}{(X^2-4)(X-3)}$.

Fractions rationnelles

Proposition

La somme et le produit de deux fractions rationnelles sont des fractions rationnelles.

Exemple

Soit $F(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)}$ *et* $G(X) = \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)}$ *alors*

$$F(X) + G(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)} + \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)} = \frac{(X^2-1)(X+2)}{(X^2-4)(X-3)} + \frac{(X^2+X+1)(X-3)}{(X^2-4)(X-3)} = \frac{(X^2-1)(X+2)+(X^2+X+1)(X-3)}{(X^2-4)(X-3)} = \frac{2X^3-3X-1}{(X^2-4)(X-3)}.$$

$$F(X) \times G(X) = \frac{(X^2-1)(X^2+X+1)}{(X+2)^2(X-2)(X-3)}$$

Fractions rationnelles

Proposition

La somme et le produit de deux fractions rationnelles sont des fractions rationnelles.

Exemple

Soit $F(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)}$ et $G(X) = \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)}$ alors

$$F(X) + G(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)} + \frac{X^2+X+1}{(X^2-4)} = \frac{(X^2-1)(X+2)}{(X^2-4)(X-3)} + \frac{(X^2+X+1)(X-3)}{(X^2-4)(X-3)} = \frac{(X^2-1)(X+2)+(X^2+X+1)(X-3)}{(X^2-4)(X-3)} = \frac{2X^3-3X-1}{(X^2-4)(X-3)}.$$

Remarque

Rappel : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ *et* $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.

Fractions rationnelles

Proposition

Toute fraction rationnelle est continue est dérivable sur son domaine de définition.

Remarque

rappel : $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$

Exemple

Soit $F(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)}$. *on a :*

$F'(X) = \frac{(2X)(X+2)(X-3)-(X^2-1)(1\times(X-3)+(X+2)\times 1)}{(X+2)^2(X-3)^2} = \frac{-X^2-10X-1}{(X+2)^2(X-3)^2}$.

Fractions rationnelles

Proposition

Toute fraction rationnelle est continue est dérivable sur son domaine de définition.

Remarque

rappel : $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$

Exemple

Soit $F(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)}$. *on a :*

$$F'(X) = \frac{(2X)(X+2)(X-3)-(X^2-1)(1\times(X-3)+(X+2)\times 1)}{(X+2)^2(X-3)^2} = \frac{-X^2-10X-1}{(X+2)^2(X-3)^2}.$$

Fractions rationnelles

Proposition

Toute fraction rationnelle est continue est dérivable sur son domaine de définition.

Remarque

rappel : $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$

Exemple

Soit $F(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)}$*. on a :*

$F'(X) = \frac{(2X)(X+2)(X-3)-(X^2-1)(1\times(X-3)+(X+2)\times 1)}{(X+2)^2(X-3)^2} = \frac{-X^2-10X-1}{(X+2)^2(X-3)^2}.$

Fractions rationnelles

Proposition

Toute fraction rationnelle est continue est dérivable sur son domaine de définition.

Remarque

rappel : $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$

Exemple

Soit $F(X) = \frac{X^2-1}{(X+2)(X-3)}$*. on a :*

$F'(X) = \frac{(2X)(X+2)(X-3)-(X^2-1)(1\times(X-3)+(X+2)\times 1)}{(X+2)^2(X-3)^2} = \frac{-X^2-10X-1}{(X+2)^2(X-3)^2}.$