Résumé

Les groupes d'Artin-Tits sont les groupes possédant une présentation de la forme

$$A_S = \langle s_1, s_2, \cdots s_n | [s_i, s_j\rangle^{m_{i,j}} = [s_j, s_i\rangle^{m_{i,j}}\ i \neq j\rangle$$

où $m_{i,j} = m_{j,i} \in \{2, 3, \cdots, \infty\}$ et on note $[s_i, s_j\rangle^{m_{i,j}} = \underbrace{s_i s_j s_i \cdots}_{m_{i,j} \text{ termes}}$. Si on ajoute à la présentation de A_S les relations $s_i^2 = 1$, on obtient un groupe de Coxeter. Quand le groupe de Coxeter est fini, alors le groupe A_S est dit de type sphérique. Les principaux résultats de la thèse concernent les sous-groupes paraboliques des groupes d'Artin-Tits ; c'est à dire les sous-groupes de A_S conjugués à un sous-groupe de A_S engendré par une partie de $S = \{s_1, \cdots, s_n\}$. Un tel sous-groupe est canoniquement un groupe d'Artin-Tits. On s'est intéressé aux centralisateurs, quasi-centralisateurs, normalisateurs et commensurateurs de ces sous-groupes. Dans le chapitre 3, on commence par étudier les monoïdes d'Artin-Tits, c'est à dire des monoïdes qui ont la même présentation que les groupes d'Artin-Tits mais comme présentation de monoïdes. On décrit les quasi-centralisateurs en terme de "rubans"; cette notion généralise des travaux précédents de D. Rolfsen et de L. Paris. Sous une certaine hypothèse, on décrit dans le chapitre 4 le centralisateur et le quasi-centralisateur. En particulier, on donne un système fini de générateurs positifs. Dans le cas des groupes de type sphérique, on décrit le normalisateur et le commensurateur d'un sous-groupe parabolique. On prouve notamment que

$$Com_{A_S}(A_X) = N_{A_S}(A_X) = A_X \cdot QZ_{A_S}(A_X).$$

Dans la première partie du chapitre 5, on regarde les groupes d' Artin-Tits "de type FC" et on étend à ces groupes les résultats obtenus dans le cas des types sphériques ; l'outil principal est une forme normale construite par J. Altobelli. Dans la seconde partie du chapitre 5, on utilise le complexe de Deligne et des techniques géométriques pour étendre partiellement les résultats précédents aux groupes d'Artin-Tits dont la réalisation du complexe de Deligne pour la métrique de Moussong est $CAT(0)$.
Dans le dernier chapitre, on regarde certains homomorphismes entre groupes d'Artin-Tits appelés "LCM-homomorphismes" et introduits par J. Crisp. Ces morphismes ont été utilisés récemment par J. Crisp et L. Paris. Lorsque les groupes d'Artin-Tits sont de type sphériques, J. Crisp a prouvé que ces morphismes sont injectifs. On prouve ici que c'est encore le cas lorsque les groupes sont de type FC, et ceci en utilisant une forme cubique normale, introduite par R. Charney, pour ces groupes.